

# ФУНКЦИОНАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГИДРОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОЧВЫ КАК ОСНОВА ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В МЕЛИОРАТИВНОМ ПРЕЦИЗИОННОМ ЗЕМЛЕДЕЛИИ

В. В. Терлеев<sup>1</sup>, Р. С. Гиневский<sup>1</sup>, В. А. Лазарев<sup>1</sup>, А. Г. Топаж<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Политехническая ул., 29, Санкт-Петербург, 195251, Россия;*

<sup>2</sup>*ООО «Бюро Гиперборея»,*

*ул. Подвойского, 40-2, Санкт-Петербург, 193312, Россия*

Предложено функциональное описание гидрофизических свойств почвы. Проведен сравнительный анализ трех систем функций на примере оценки относительной гидравлической проводимости с использованием параметров, идентифицированных путем точечной аппроксимации опытных данных о водоудерживающей способности почвы «3402 *Gilat loam*» из каталога Муалема. Проверка достоверности различий между погрешностями функций выполнена с применением критерия Вильямса-Клута.

## FUNCTIONAL REPRESENTATION OF SOIL HYDROPHYSICAL PROPERTIES AS A BASE OF INFORMATION TECHNOLOGIES IN MELIORATIVE PRECISION FARMING

V. V. Terleev<sup>1</sup>, R. S. Ginevsky<sup>1</sup>, V. A. Lazarev<sup>1</sup>, A. G. Topaj<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, Polytechnicheskaya, 29, St. Petersburg, 195251, Russia;*

<sup>2</sup>*LLC «Bureau Hyperborea», 40-2, Podvoisky ul., St. Petersburg, 193312, Russia*

**Abstract:** Modeling the dynamics of soil moisture is an integral part of hydrophysical calculations in solving problems of meliorative precision farming and hydraulic engineering construction. To perform these calculations, it is necessary: firstly, data on the hydrophysical properties of the soil; secondly, a functional description of these properties. Hydrophysical properties include: water retention capacity and hydraulic conductivity of the soil. The measurement of these properties is problematic due to its complexity. A functional description of the hydrophysical properties of the soil is also problematic, since formal approximations cannot be used for this purpose. In this regard, studies aimed at the development of physically founded models that reduce the volume of measurements, as well as adequately describing the hydrophysical properties of the soil, are very relevant. Three systems of hydrophysical functions are presented that describe the water retention capacity and hydraulic conductivity of the soil. The first system is formed by the functions that are used in the Mualem-Van Genuchten method. The description of the second and third systems is based on the concept of soil as a capillary-porous medium. A set of quantitative relations is obtained which in a particular case (when the additive parameter is equal to zero) generate well-known models of the hydrophysical properties of the soil. A physical and statistical interpretation of the parameters of the second and third systems is given. As part of a computational experiment, a comparative analysis of three systems was performed. During this experiment, using the method of point approximation of experimental data on the water retention capacity of “3402 *Gilat loam*” from the Mualem's catalog, parameters were identified that were then used to calculate the relative hydraulic conductivity (the ratio of

the hydraulic conductivity of the soil to the moisture filtration coefficient). Validation of the differences between the errors of the three systems with respect to the point approximation of experimental data on water retention capacity and regarding estimates of the relative hydraulic conductivity of the soil was performed using the Williams-Klout criterion. The advantages of the second and third systems over the first system of hydrophysical functions of the soil are revealed.

**Key words:** soil, water retention capacity, relative hydraulic conductivity, model, point approximation of experimental data, estimates, Williams-Klout criterion.

## Введение

В описании гидрофизических свойств почвы используются характеристики: для водоудерживающей способности – зависимость объемной влажности  $\theta$  [ $\text{см}^3 \cdot \text{см}^{-3}$ ] от капиллярного давления влаги  $\psi$  [ $\text{см H}_2\text{O}$ ]; для гидравлической проводимости – зависимость коэффициента влагопроводности  $k$  [ $\text{см} \cdot \text{сут}^{-1}$ ] от  $\psi$  или  $\theta$ . Количественным показателем величины  $\psi$  является удельная энергия воды в почве. Удельная энергия, отнесенная к единице объема воды, называется абсолютным давлением воды (АДВ). В гидрофизике почвы его принято измерять в см вод. ст. [ $\text{см H}_2\text{O}$ ], а в качестве условного начала отсчета принято значение АДВ под плоской поверхностью воды, равное нормальному атмосферному давлению (НАД). Если влага смачивает поверхность твердой фазы почвы, то АДВ понижается. В этом случае отклонение АДВ от НАД принимает отрицательные значения, иначе – положительные (классическая формулировка). Отклонение АДВ от НАД в капиллярах называется *добавочным* или *капиллярным давлением воды* (КДВ). Для количественной оценки КДВ применяется формула Лапласа. В зарубежной литературе начала второй половины XX века (например, Brooks, Corey, 1964) КДВ определяется как разность между давлением «несмачиваемой» фазы (почвенного воздуха) и давлением «смачиваемой» фазы (почвенной влаги). Такая величина оказывается равной по абсолютному значению КДВ в классической формулировке, но имеет противоположный знак: здесь обнаруживается противоречие. В гидрофизических расчетах нередко применяются приведенные величины: в этих случаях указанное противоречие не является принципиальным. Однако более предпочтительным в методологическом отношении является определение КДВ

фазы №1 (например, почвенной влаги), граничащей с фазой №2 (например, с почвенным воздухом), как разности, в которой уменьшаемой величиной является абсолютное давление фазы № 1, а вычитаемой величиной – абсолютное давление фазы №2. Такое определение величины  $\psi$  согласуется с законом Лапласа.

Зависимости  $\theta(\psi)$ ,  $k(\psi)$  или  $k(\theta)$  широко используются при моделировании переноса влаги и растворенных веществ в почве (Семенова и др., 1999; Poluektov, Terleev, 2007) для решения задач мелиоративного прецизионного земледелия и гидротехнического строительства (Degtyareva et al., 2016; Nikonorov et al., 2016; Terleev et al., 2016). Однако измерения этих зависимостей отличаются высокой трудоемкостью (Банкин и др., 1988). Поэтому исследования, направленные на создание математических моделей, которые позволяют уменьшить объем таких измерений, являются весьма актуальными (Крылова, Терлеев, 2008). Цель данного исследования – физически обоснованное представление гидрофизических свойств почвы в виде математических функций и их верификация в сравнении с мировыми аналогами.

### Теория

Для оценки насыщенности почвы водой используется показатель эффективного влагонасыщения  $S_e = (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$ , где  $\theta_s$  [см<sup>3</sup>·см<sup>-3</sup>] – объемная влажность насыщения,  $\theta_r$  [см<sup>3</sup>·см<sup>-3</sup>] – остаточная объемная влажность. В статье (Терлеев и др., 2017) для описания зависимости  $S_e(\psi)$  предлагается соотношение:

$$S_e = \begin{cases} \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( \frac{n\sqrt{\pi}}{4} \ln(-\alpha(\psi - \psi_e)) \right), & \psi < \psi_e; \\ 1, & \psi \geq \psi_e, \end{cases} \quad (1)$$

где:  $\operatorname{erfc}(x) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x \exp(-t^2) dt$  – дополнительная функция ошибок;  $\alpha = -1/(\psi_0 - \psi_e)$  [см H<sub>2</sub>O<sup>-1</sup>];  $\psi_e$  [см H<sub>2</sub>O] – КДВ «входа воздуха»;  $\psi_0$  [см H<sub>2</sub>O] – КДВ, при котором плотность распределения вероятностей по значениям

случайной величины  $\ln((\psi - \psi_e)/(\psi_0 - \psi_e))$  с нулевым генеральным средним и стандартным отклонением  $\sigma$  достигает максимума ( $\psi_0 < \psi_e$ );  $n = 4/(\sigma\sqrt{2\pi})$ .

При  $\psi_e = 0$  функция (1) сводится к модели Косуги (Kosugi, 1994).

В статье (Терлеев и др., 2017) предлагается непрерывная аппроксимация соотношения (1) в классе элементарных функций:

$$S_e = \begin{cases} (1 + (-\alpha(\psi - \psi_e))^n)^{-1}, & \psi < \psi_e; \\ 1, & \psi \geq \psi_e. \end{cases} \quad (2)$$

При  $\psi_e = 0$  функция (2) сводится к модели Хаверкампа и соавторов (Haverkamp et al., 1977).

К числу наиболее известных в мире аналогов соотношений (1) и (2) относится модель, предложенная Ван Генухтенем (Van Genuchten, 1980):

$$S_e = \begin{cases} (1 + (-\alpha\psi)^n)^{-(1-1/n)}, & \psi < 0; \\ 1, & \psi \geq 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\alpha$  [см Н<sub>2</sub>O<sup>-1</sup>] и  $n$  – эмпирические параметры ( $n > 1$ ).

В статье (Терлеев и др., 2017) для описания относительной гидравлической проводимости почвы  $k(\theta)/k_s$  ( $k_s$ [см·сут<sup>-1</sup>] – коэффициент фильтрации влаги) предлагается соотношение:

$$\frac{k}{k_s} = \begin{cases} \frac{\sqrt{S_e}}{4} \left( \operatorname{erfc} \left( \operatorname{inverfc}(2S_e) + \frac{2}{n\sqrt{\pi}} \right) \right)^2, & \theta < \theta_s; \\ 1, & \theta = \theta_s, \end{cases} \quad (4)$$

где  $\operatorname{inverfc}(\operatorname{erfc}(x)) = x$ .

При  $\psi_e = 0$  функция (4) сводится к модели Косуги (Kosugi, 1996).

В статье (Терлеев и др., 2017) предлагается непрерывная аппроксимация соотношения (4) в классе элементарных функций:

$$\frac{k}{k_s} = \begin{cases} \sqrt{S_e} \left( 1 - (1 - S_e^{-1}) \exp\left(\frac{8}{n\pi}\right) \right)^{-2}, & \theta < \theta_s; \\ 1, & \theta = \theta_s. \end{cases} \quad (5)$$

Способ расчета  $k(\theta)/k_s$  по формуле Муалема с использованием модели (3) называется методом Муалема-Ван Генухтена. Расчетная формула данного метода имеет вид:

$$\frac{k}{k_s} = \begin{cases} \sqrt{S_e} \left( 1 - (1 - S_e^{1/(1-1/n)})^{(1-1/n)} \right)^2, & \theta < \theta_s; \\ 1, & \theta = \theta_s. \end{cases} \quad (6)$$

Функции (1)-(3) обозначим, соответственно: WRC-КТ, WRC-НТ, WRC-VG (WRC – *water retention capacity*). Функции (4)-(6) обозначим, соответственно: RHC-МКТ, RHC-МТ, RHC-MVG (RHC – *relative hydraulic conductivity*). Поскольку перечисленные функции обычно используются попарно, сгруппируем их: система №1 (WRC-VG и RHC-MVG); система №2 (WRC-КТ и RHC-МКТ), система №3 (WRC-НТ и RHC-МТ). Система №1 применяется наиболее широко. При больших значениях экспоненциального параметра  $n$  метод Муалема-Ван Генухтена позволяет получить достаточно низкую погрешность оценки  $k(\theta)/k_s$  с использованием параметров, которые идентифицированы путем точечной аппроксимации данных  $\theta(\psi)$ . Но существует проблема малых значений  $n$ , при которых метод приводит к сомнительным результатам. Например, для почвы «1006 *Beit Netofa clay*» экспоненциальный параметр  $n$  систем № 2 и № 3 не превышает единицы, в отличие от системы № 1, для которой, напомним, действует ограничение  $n > 1$ . В статье (Терлеев и др., 2017) показано, что системы № 2 и № 3 для этой почвы имеют более низкую погрешность по сравнению с системой № 1. Но оставался открытым вопрос, имеют ли системы № 2 и № 3 преимущества перед системой № 1, когда экспоненциальный параметр  $n$  превышает единицу во всех трех системах. Далее приводятся результаты сравнительного анализа трех систем на примере почвы «3402 *Gilat loam*» (Mualem, 1976).

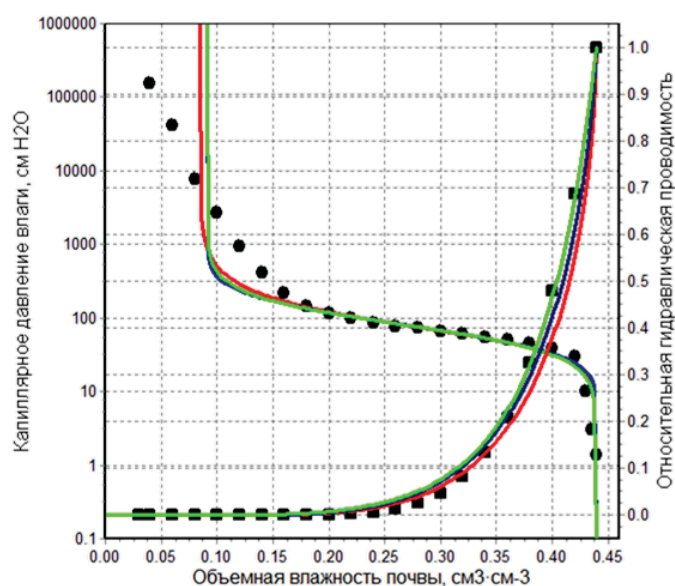
### Результаты

В таблице 1 приведены параметры, идентифицированные путем точечной аппроксимации данных  $\theta(\psi)$  для почвы «3402 *Gilat loam*», с использованием

программы SoilHydrophysics-v.1.0 (Гиневский и др., 2019). Для всех систем экспоненциальный параметр  $n$  оказался больше единицы.

**Таблица 1.** Параметры трех систем, полученные путем точечной аппроксимации  $\theta(\psi)$

Номер системы	$\theta_s,$ см <sup>3</sup> ·см <sup>-3</sup>	$\theta_r,$ см <sup>3</sup> ·см <sup>-3</sup>	$\psi_e,$ см вод. ст.	$\alpha,$ см вод.ст. <sup>-1</sup>	$n$
1	0.440	0.084	–	0.0168	2.439
2	0.440	0.091	0	0.0122	2.094
3	0.440	0.090	0	0.0122	2.146



**Рис. 1.** Точечная аппроксимация  $\theta(\psi)$  и оценка  $k(\theta)/k_s$ .

На рис. 1 кривыми представлены результаты точечной аппроксимации  $\theta(\psi)$ , а также – оценки  $k(\theta)/k_s$ ; использованы цвета: красный для системы №1, синий для системы №2 и зеленый для системы №3; точками изображены опытные данные. В таблицах 2,3 приведены погрешности точечной аппроксимации  $\theta(\psi)$  и погрешности оценок  $k(\theta)/k_s$ , а также результаты проверки достоверности различий между погрешностями трех систем по критерию Вильмса-Клута (Кобзарь, 2006).

**Таблица 2.** Погрешности точечной аппроксимации  $\theta(\psi)$  и оценок  $k(\theta)/k_s$

Корень квадратный из среднего арифметического квадратов отклонений результатов расчета от опытных данных ( <i>RMSE – root mean square error</i> )			
Функции	Система №1	Система №2	Система №3
WRC	0.0170	0.0199	0.0191
RHC	0.0391	0.0237	0.0142

**Таблица 3.** Достоверность различий между погрешностями трех попарно сравниваемых систем в отношении точечной аппроксимации  $\theta(\psi)$  и в отношении оценок  $k(\theta)/k_s$

$y - (y_1 + y_2)/2 = \lambda(y_1 - y_2)$ , где $y$ – опытные данные								
$y_1$ : WRC-VG, $y_2$ : WRC-KT			$y_1$ : WRC-VG, $y_2$ : WRC-HT			$y_1$ : WRC-KT, $y_2$ : WRC-HT		
$\lambda$	$\lambda_{0.95}$	$\lambda_{0.975}$	$\lambda$	$\lambda_{0.95}$	$\lambda_{0.975}$	$\lambda$	$\lambda_{0.95}$	$\lambda_{0.975}$
2.692	1.966	2.375	2.734	2.180	2.633	-7.033	4.507	5.433
$y_1$ точнее, чем $y_2$			$y_1$ точнее, чем $y_2$			$y_2$ точнее, чем $y_1$		
$y_1$ : RHC-MVG, $y_2$ : RHC-MKT			$y_1$ : RHC-MVG, $y_2$ : RHC-MT			$y_1$ : RHC-MKT, $y_2$ : RHC-MT		
$\lambda$	$\lambda_{0.95}$	$\lambda_{0.975}$	$\lambda$	$\lambda_{0.95}$	$\lambda_{0.975}$	$\lambda$	$\lambda_{0.95}$	$\lambda_{0.975}$
-1.662	0.439	0.531	-0.629	0.183	0.222	-0.809	0.361	0.436
$y_2$ точнее, чем $y_1$			$y_2$ точнее, чем $y_1$			$y_2$ точнее, чем $y_1$		

### Выводы

1. При значениях экспоненциального параметра  $n > 1$  для всех трех систем погрешности систем № 2 и № 3 в отношении оценок  $k(\theta)/k_s$  оказались заметно более низкими (при том, что их погрешности в отношении точечной аппроксимации  $\theta(\psi)$  оказались несколько выше по сравнению с системой № 1).

2. Параметры систем № 2 и № 3 имеют физико-статистическую интерпретацию, поэтому использование этих систем в гидрофизических расчетах представляются более предпочтительным.

3. Применение систем № 2 и № 3 повышает точность расчета динамики почвенной влаги в задачах мелиоративного прецизионного земледелия и гидротехнического строительства.



## Благодарность

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 19-04-00939-а, № 19-016-00148-а.

## Список литературы

1. Банкин М.П., Заславский Б.Г., Терлеев В.В. 1988. Автоматизированная система определения влагопроводности почв. Научно-технический бюллетень по агрономической физике. 72:33-36.
2. Гиневский Р.С., Терлеев В.В., Топаж А.Г., Лазарев В.А. 2019. SOILHYDROPHYSICS-V.1.0. Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ RU 2019667106, 19.12.2019. Заявка № 2019662561 от 12.10.2019.
3. Кобзарь А.И. 2006. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. Изд. Физматлит, Москва. 816 с.
4. Крылова И.Ю., Терлеев В.В. 2008. Моделирование гидрологических характеристик почвы. В сборнике: XXXVII Неделя науки СПбГПУ. СПб., С. 277-279.
5. Семенова Н.Н., Новожилов К.В., Петрова Т.М., Терлеев В.В. 1999. Детерминированные модели поведения пестицидов в почве. Методология построения, структура, принципы использования. СПб.: ВИЗР, 92 с.
6. Терлеев В.В., Миршель В., Баденко В.Л., Гусева И.Ю. 2017. Усовершенствованный метод Муалема-Ван Генухтена и его верификация на примере глинистой почвы Бейт Нетофа. Почвоведение. 4:457-467 (DOI: 10.1134/S1064229317040135).
7. Brooks, R.H. and Corey, A.T. 1964. Hydraulic Properties of Porous Media. Hydrology Papers 3, Colorado State University, Fort Collins, 27 p.
8. Degtyareva O., Degtyarev G., Togo I., Terleev V., Nikonorov A., Volkova Yu. 2016. Analysis of stress-strain state rainfall runoff control system – buttress dam. Procedia Engineering. 165:1619-1628.
9. Haverkamp R., Vauclin M., Touma J., Wierenga P.J., Vachaud G. 1977. A comparison of numerical simulation model for one-dimensional infiltration. Soil Sci. Soc. Am. J. 41:285-294.
10. Kosugi K. 1994. Three-parameter lognormal distribution model for soil water retention. Water Resour. Res. 30:891-901.
11. Kosugi K. 1996. Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. Water Resour. Res. 32:2697-2703.
12. Mualem Y. 1976. A catalogue of the hydraulic properties of unsaturated soils. Research Project 442. Technion, Israel Institute of Technology, Haifa, Israel. 100 p.
13. Nikonorov A., Terleev V., Pavlov S., Togo I., Volkova Yu., Makarova T., Garmanov V., Shishov D., Mirschel W. 2016. Applying the model of soil hydrophysical properties for arrangements of temporary enclosing structures. Procedia Engineering. 165: 1741-1747.
14. Poluektov R.A., Terleev V.V. 2007. Crop simulation model of the second and the third productivity levels. In: Modelling water and nutrient dynamics in soil–crop systems (Proceedings of the workshop). Müncheberg/Germany. P. 75-89.
15. Terleev V., Nikonorov A., Togo I., Volkova Yu., Garmanov V., Shishov D., Pavlova V., Semenova N., Mirschel W. 2016. Modelling the hysteretic water retention capacity of soil for reclamation research as a part of underground development. Procedia Engineering. 165: 1776-1783.
16. Van Genuchten, M.Th. 1980. A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil Sci. Soc. Am. J. 44:892-989