

Российская академия сельскохозяйственных наук
Агрофизический научно-исследовательский институт

Лаборатория моделирования агроэкосистем

**Имитационно – моделирующий
комплекс AGROTOOL, v.3
(Динамическая модель
продукционного процесса
сельскохозяйственных растений)**

Алгоритмическая структура модели

Авторы:

д.т.н., проф.

д.с.-х.н., проф.

Р.А. Полуэктов

В.В. Терлеев

Санкт-Петербург, 2007 г.

Содержание

	Стр.
Предисловие	3
1. Введение	5
2. Структура и функции модели	6
3. Радиационный режим посева (блок радиации)	9
4. Аэродинамические сопротивления (блок турбулентности)	11
5. Газообмен (блок фотосинтеза и фотодыхания)	12
6. Расчет сроков наступления фенофаз (блок развития)	14
7. Распределение ассимилятов по органам растения (блок роста)	16
8. Влагоперенос в системе почва – растение	23
8.1. Влагоперенос в почве (блок динамики почвенной влаги).....	24
8.2. Расчет транспирации и испарения (блок эвапотранспирации).....	26
9. Численный метод интегрирования уравнения динамик почвенной влаги	28
10. Трансформация азотсодержащих элементов в почве	33
11. Неконтролируемые входные переменные (погода)	36
12. Прогнозирование темпов развития растений и величины урожая	37
Литература	42

Предисловие

Агроэкологические модели отражают влияние почвенных и погодных условий на продукционный процесс сельскохозяйственных растений, иначе говоря, на рост растений, их развитие и формирование конечного урожая. Можно спорить о том, когда появились первые работы, посвященные компьютерному моделированию агроэкосистем. Российские и зарубежные ученые придерживаются на этот счет различных точек зрения. Несомненно, однако, что сегодня это научное направление сформировалось и даже вступило в пору зрелости. Период дискуссий по поводу методов и подходов к математическому описанию определяющих процессов в системе „почва - растение - атмосфера“, видимо, уже позади, а эпоха конкуренции идей сменилась эпохой конкуренции готовых моделей. Оформились также основные школы моделирования, фирменным знаком которых стали семейства динамических моделей, подчиненные единой методологии. В качестве лидеров мирового рынка моделирования продукционного процесса растений можно указать голландскую школу моделирования (семейство моделей WOFOST, разработанное в Центре по изучению мировых проблем питания в Вагенингене [11]) или американскую школу (семейство CERES [10]).

В настоящем описании представлена структура модели, разработанной в лаборатории моделирования агроэкосистем АФИ. Настройка модели выполнена применительно к ряду культур, возделываемых в различных регионах России и зарубежья. Опыт работы показал, что модели других зерновых культур должны отличаться от рассмотренных здесь моделей только значениями некоторых параметров.

Предполагается, что пользователь модели знаком с основами моделирования продукционного процесса растений, например по монографии Р.А. Полуэктова “Динамические модели агроэкосистемы” [1], по книге “Модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур” [2], или по другим изданиям, посвященным проблеме моделирования. Описанная ниже модель во многом опирается на результаты, изложенные в этой монографии и в последующих работах, помещенных в список литературы [3-8]. Пользователю рекомендуется предварительно ознакомиться с этими публикациями.

Основная часть руководства посвящена краткому изложению теории и алгоритмов моделирования, а также структуре интерактивной оболочки имитационной системы и технологии работы с моделью. В описании изложены основные соотношения, положенные в основу модели, принципы ее идентификации, а также результаты анализа точности и работоспособности модели. В руководство включены четыре приложения. В Приложении 1 содержится список параметров и основных переменных модели, а в Приложении 2 описана структура основных файлов модели, в Приложении 3

представлены тексты основных программ (блоков и процедур), образующих “вычислительное тело” модели, а в Приложение 4 помещен список основных экспериментальных данных, необходимых для работы модели. Тем самым пользователю дается возможность более глубоко разобраться в структуре информации и вычислений. Полный комплекс программ содержит, разумеется, многочисленные специальные управляющие и вспомогательные процедуры, не представляющие особого интереса для пользователя модели.

Модель разработана группой сотрудников лаборатории моделирования агроэкосистем Агрофизического научно-исследовательского института (АФИ) в составе: Р.А. Полуэктов (руководитель проекта), Е.Т. Захарова, И.В. Опарина, С.М. Финтушал и В.В. Терлеев. Оболочка модели разработана А.Г. Топажем. Появление настоящей модели было бы невозможно без наличия уникального экспериментального материала, полученного в НИИСХ Юго-Востока (г. Саратов) под руководством профессора В.А. Кумакова [9], которому авторы выражают искреннюю признательность и благодарность.

1. Введение

Эффективность решений, принимаемых по управлению производством растениеводческой продукции на всех уровнях управления, определяется точностью, полнотой и оперативностью информации, доступной лицу, принимающему решение. Отсутствие или неполнота исходных данных, а также невозможность объективной оценки последствий принимаемых решений является основным источником ошибок, приводящих к негативным и зачастую катастрофическим явлениям, таким как эрозия почв, деградация черноземов, загрязнение окружающей среды. Появление современных высокоскоростных компьютеров с большой памятью позволяют коренным образом изменить ситуацию в области информационной поддержки принимаемых решений. В качестве источника необходимой для принятия решений информации на данном этапе могут быть использованы разветвленные базы данных, а также базы знаний, основанные на использовании имитационных динамических моделей агроэкосистем. Это позволит видоизменить всю технологию принятия решений путем “проигрывания” сценариев будущего с учетом текущей и прогнозируемой обстановки. К последней, прежде всего, относятся метеорологические условия, во многом определяющие производственный процесс растений и его результат.

Примером такой технологии является европейский проект MARS – Monitoring Agricultural Statistics with Remote Sensing, разработанный в Объединенном исследовательском центре Европейской комиссии (Joint Research Centre, European Commission). Его главной целью является количественная оценка площадей, занимаемых различными культурами в каждом регионе (стране), мониторинг посевов, оперативный прогноз урожаев, быстрая и оперативная оценка общей продукции по странам Европы по важнейшим культурам. Основным пользователем является Генеральный директорат по сельскому хозяйству и Европейское статистическое управление (E.C.'s Directorate General for Agriculture and the European Statistical Office – EUROSTAT). В основу прогностических расчетов положена европейская динамическая модель WOFOST. В Агрофизическом институте в течение последних двух десятилетий развивалась теория моделирования агроэкосистем, разработаны и реализованы динамические модели ряда важнейших сельскохозяйственных культур, проведена их апробация в ряде регионов страны (Краснодарский и Алтайский края, Ленинградская, Саратовская и Калининградская области, Мордовия и др.) и за рубежом (США, Германия, Литва, Болгария). Следует отметить, что природно-климатические условия в нашей стране существенно отличаются от центрально-европейских, так что к условиям России европейская модель WOFOST не применима.

В настоящем описании содержится изложение некоторых вопросов теории продукционного процесса и алгоритмов динамической модели яровой пшеницы, разработанной в Лаборатории математического моделирования АФИ. В основу модели положены прежние разработки коллектива, составившие основу семейства моделей AGROTOOL, а также новые результаты, опубликованные в последние годы в журналах “Физиология растений”, “Математическое моделирование”, “Метеорология и Гидрология” и “International Agrophysics”. Появление данной модели было стимулировано блестящими экспериментальными данными, полученными проф. В.А. Кумаковым в многолетнем опыте с яровой пшеницей на полигоне вблизи г. Саратова [9]. Именно эти данные были впервые использованы в процессе идентификации модели и ее верификации.

2. Структура и функции модели

Динамическая модель описывает продукционный процесс яровой пшеницы от момента сева до полного созревания. Она имеет блочную структуру (рис. 1) и включает в себя описание следующих процессов, имеющих место в системе “почва-растительный покров- приземный слой воздуха”:

- радиационного режима посева, включающего моделирование поглощенной посевом интегральной коротковолновой радиации, тепловой радиации и ФАР;
- турбулентного режима посева;
- фотосинтеза и фотодыхания;
- развития растений (расчета физиологического времени, определяющего сроки наступления фенофаз);
- распределения накопленных продуктов фотосинтеза по органам растения, роста растений и формирования урожая зерна;
- динамики почвенной влаги;
- транспирации растений и испарения влаги с поверхности почвы;
- динамики соединений азота в почве и в растении;
- прогнозирования темпов развития растений;
- прогнозирования урожая (начиная с фазы колошения);
- выбора норм и сроков орошения в поливном земледелии.

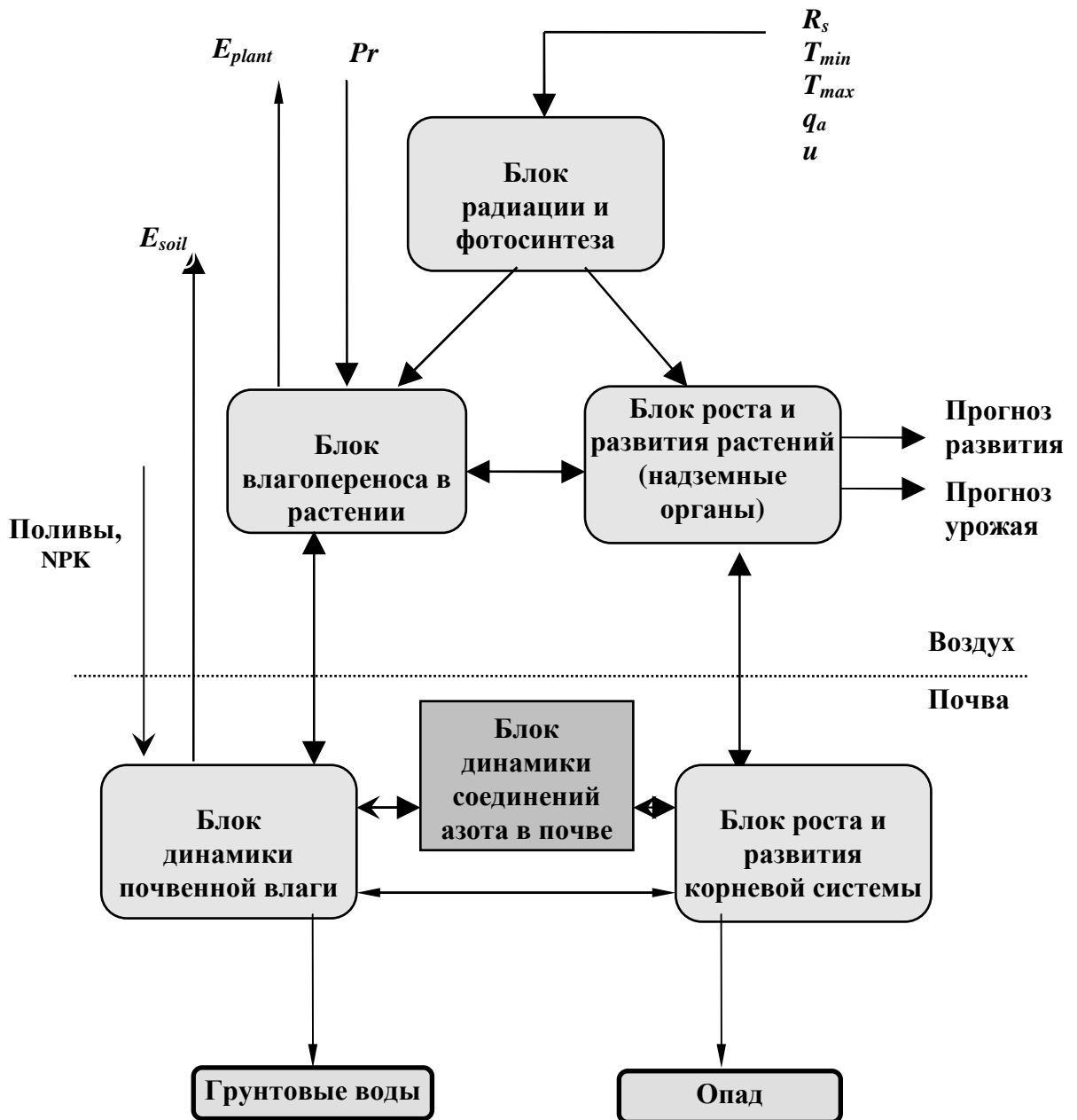


Рис.1. Блок-схема модели.

Модель имеет суточный временной шаг, за исключением блока фотосинтеза и влагопереноса в почве, в которых реализован часовой шаг. Иначе говоря, накопленные в процессе фотосинтеза ассимиляты рассчитываются с шагом, равным одному часу. После этого они суммируются за время светового дня. Накопленные за сутки суммарные ассимиляты являются входной величиной ростового блока модели. Динамика переноса воды в почве также рассчитывается с часовым шагом, после чего все потоки воды суммируются за сутки. В качестве входных погодных данных модели в целом используется следующий набор суточных метеопараметров (реальных или

смоделированных): минимальная и максимальная температура воздуха, минимальная относительная влажность воздуха, осадки, скорость ветра и длительность солнечного сияния. Кроме того, для прогона модели необходимо задать начальное условие - дату сева, влагозапас в метровом слое почвы и количество минерального азота в ней (до сева или в день сева).

Оболочка модели предоставляет пользователю возможность решать в режиме диалога следующие задачи:

- анализ результатов продукционного процесса прошедшего года вегетации;
- оценка текущего состояния агроценоза;
- динамическое прогнозирование ожидаемых результатов года.

- 1) *Анализ результатов продукционного процесса прошедшего года вегетации.* В этом режиме пользователь выбирает год вегетации из набора лет, в которых имеется экспериментальная информация, и получает возможность оценить выбранную им стратегию управления или сравнить результаты моделирования с имеющимися фактическими данными.
- 2) *Оценка текущего состояния агроценоза.* При этом погодные условия до даты расчета известны, и можно рассчитать текущее состояние посева – доступную для растений влагу или листовую индекс.
- 3) *Прогнозирование хода вегетации.* Задача решается в оперативном режиме. Начальные условия и фактические данные о погоде и режимах полива вводятся до дня прогноза. Пользователь получает информацию о ходе вегетационного процесса до даты прогноза, а также о прогнозе даты наступления очередной фазы и о величине ожидаемого урожая.
- 4) *Управление режимами орошения.* Пользователь получает возможность назначать норму и срок проведения очередного полива по одному из возможных критериев с оценкой результатов эффективности орошения.

Охарактеризуем алгоритмы описания отдельных блоков модели. Заметим, что описания многих из включенных в модель процессов опубликованы и хорошо известны специалистам. Поэтому в дальнейшем мы остановимся подробно лишь на некоторых из них.

3. Радиационный режим посева (блок радиации)

В блоке радиации описывается приходящая к посеву солнечная радиация, поглощенная посевом коротковолновая радиация, тепловая радиация и ФАР. Для солнечной радиации, приходящей на горизонтальную поверхность у поверхности земли, справедливо соотношение:

$$R_c = \left(a_{sn} + b_{sn} \frac{n}{N} \right) R_a, \quad (1)$$

где N - длительность светового дня (час), n - число часов солнечного сияния, R_a - солнечная радиация, приходящая к границе атмосферы. Входящие в эту зависимость коэффициенты равны:

$$a_{sn} = 0.24, \quad b_{sn} = 0.5.$$

Величина R_a , в свою очередь, рассчитывается при этом по соотношению:

$$R_a = R_0 \sin(h_0), \quad (2)$$

где R_0 - солнечная постоянная, равная $1370 \text{ Дж/м}^2\text{с}$, а h_0 - высота солнца над горизонтом. Расчет высоты солнца производится по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \sin h_0 &= \sin \varphi \cos \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos(2\pi(t_h + 12)/24), \\ \delta &= -0.408 \cos(2\pi(t_d + 10)/365), \end{aligned} \quad (3)$$

где φ - географическая широта места, δ - угол склонения солнца, t_h - время суток, отсчитываемое от полудня, час, t_d - номер дня по Юлианскому календарю. Соотношения (3) используются следующим образом. Первоначально для текущей даты счета по ним рассчитывается время восхода и захода солнца, для чего h_0 приравняется к нулю. При этом определяется также длительность светового дня N . Значение высоты солнца h_0 внутри суток может рассчитываться после этого по формуле (3) с любым шагом по времени.

Радиационный баланс посева R_{nc} определяется по значению приходящей интегральной радиации с учетом альбедо α :

$$R_{nc} = (1 - \alpha) R_c \quad (4)$$

Приходящая к посеву радиация включает в себя две составляющих - прямую и рассеянную (диффузную) части. При безоблачном небе, когда $n/N \approx 1$, доля диффузной радиации определяется как:

$$D/S = \min\{1, 0.1/\sin h_0\} \quad (5)$$

где S - прямая радиация, а D - диффузная. При наличии облачности, т.е. в тех случаях, когда $n/N \leq 0.9$, прямая радиация отсутствует, а вся радиация является диффузной.

Функция ослабления суммарного потока радиации при ее проникновении вглубь посева для растений кукурузы, пшеницы и ячменя рассчитывается по полуэмпирической формуле Х.Г. Тооминга:

$$a_{\Sigma}(L) = \frac{(S/D) \exp(-c_1 L / \sinh_0) + a_D(L, h_0)}{1 + S/D} + c_2 [\exp(-c_1 c_3 \sinh_0) - \exp(-c_1 L / \sinh_0)] \quad (6)$$

где $c_1=0.5$, $c_2=0.3$, $c_3=0.15$, а величина листового индекса L отсчитывается сверху, начиная с верхней кромки посева. Функция ослабления радиации используется для расчета радиации, поглощенной в некотором слое фитомассы. Так, для яруса листьев между двумя поверхностями с листовыми индексами L' и L'' поглощенная радиация равна:

$$\Delta R_p = R_c (1 - \alpha)(a_{\Sigma}(L') - a_{\Sigma}(L'')) \quad (7)$$

В соответствии с этим радиационный баланс на поверхности почвы определяется как

$$\Delta R_s = R_c (1 - \alpha)(1 - a_{\Sigma}(L)) \quad (8)$$

Переход от суммарной радиации к суммарной ФАР рассчитывается по формуле

$$Q_{\Phi} = c_Q R_c, \quad (9)$$

где коэффициент перехода c_Q равен

$$c_Q = (c_S S D^{-1} + c_D)(1 + S/D)$$

При этом величина c_S зависит от высоты стояния солнца, а c_D постоянно и приблизительно равно 0.6. Поглощение ФАР рассчитывается по тем же формулам, что и интегральная, если положить в них $c_2=0$.

Для величины длинноволнового радиационного баланса принято соотношение:

$$R_{nl} = (0.9 \frac{n}{N} + 0.1) \cdot (0.34 - 0.139 \sqrt{e_d}) \cdot \sigma \cdot 0.5(T_{\max}^4 + T_{\min}^4) \quad (10)$$

где e_d - дефицит влажности воздуха (кПа), T_{\max} и T_{\min} - максимальная и минимальная температура воздуха (К), σ - постоянная Стефана-Больцмана (МДж/(м² К⁴ сут).

Радиационный баланс посева, как очевидно, равен:

$$R_{np} = R_{nc} - R_{nl} .$$

4. Аэродинамические сопротивления (блок турбулентности)

Для моделирования переноса всех субстанций в посевах необходимо знать соответствующие аэродинамические и диффузионные сопротивления. В данной модели рассчитываются переносы тепла, паров воды и углекислого газа. Поток тепла на своем пути встречает следующие сопротивления: от невозмущенного слоя воздуха (на высоте примерно равной трем высотам посева) до верхней кромки посева и от межлиственного пространства до поверхности листа. Для потоков CO_2 и водяного пара существует дополнительное диффузионное сопротивление - устьично-кутикулярное. Два первых сопротивления связаны с турбулентным обменом в атмосфере, а их величины зависят от скорости ветра. Величина последнего сопротивления определяется состоянием растения и, в частности - водным потенциалом листа.

Потоки тепла Π_T , водяного пара E_p от растений к атмосфере, а также поток углекислого газа к посевам Φ_C описываются следующими уравнениями:

$$\Pi_T = \rho_a c_p (T_l - T_a) / r_{\Sigma}^T, \quad (11)$$

$$E_p = \rho_a (q_l - q_a) / r_{\Sigma}^q, \quad (12)$$

$$\Phi_C = \rho_a (C_a - C_i) / r_{\Sigma}^C, \quad (13)$$

где ρ_a плотность воздуха г/см³, c_p теплоемкость воздуха при постоянном давлении, кал/(см³ К), T_l и T_a - температура листа и воздуха °С, q_l и q_a удельная влажность воздуха в межклеточном пространстве листа и в атмосфере, г/г, C_a и C_i концентрация CO_2 в невозмущенной атмосфере и в межклеточном пространстве, г/г.

Сопротивление потоку тепла должно включать в себя две компоненты: сопротивление слоя воздуха от уровня метеорологической будки (уровня измерения) до верхней кромки посева r_a (с/м) и сопротивление прилистного (пограничного) слоя $1/D_T$ (с/м). Эти величины равны:

$$r_a = 0.74 \ln \left(\frac{H_r - h_L}{h_L - d} \right) / (\kappa u^*), \quad D_T = \frac{1}{c_u} \sqrt{\frac{u}{L_0}}, \quad (14)$$

где H_r - высота метеобудки, h_L - высота посева, d - высота слоя вытеснения, L_0 - эталонная длина листа, u^* - динамическая скорость, κ - постоянная Кармана, u - скорость ветра, c_u - коэффициент, равный 2.3. Таким образом, обе величины (14), входящие в суммарное сопротивление являются функциями скорости ветра. Сопротивления потоку водяного пара и углекислого газа включают в себя дополнительную составляющую - сопротивление устьично-кутикулярного аппарата r_{st} . Таким образом, в расчет надо вводить три сопротивления:

$$r_{\Sigma}^T = r_a + 1/D_T \quad (15)$$

для переноса тепла,

$$r_{\Sigma}^q = r_a + 1/D_T + r_{st} \quad (16)$$

для влагопереноса и

$$r_{\Sigma}^C = r_a + 1.3/D_T + 1.6r_{st} \quad (17)$$

для потока углекислого газа. Расчет величин всех этих сопротивлений требует знания профиля скорости ветра. Последняя величина измеряется обычно на т.н. “высоте флюгера” H_F , равной 7 или 10 метрам. Полагая, что зависимость скорости ветра от высоты над посевам подчиняется логарифмическому закону, запишем:

$$u(x) = \frac{u^*}{K} \ln\left(\frac{x-d}{z_0}\right), \quad (18)$$

где высота слоя вытеснения d и шероховатость z_0 определяются по высоте растительного покрова h_C с помощью формул:

$$d = EA * h_C, \quad z_0 = EB * h_C,$$

где $EA = 0.63$, $EB = 0.2$. По этим формулам, зная величины скорости ветра на уровне флюгера u_F и высоты посева, можно определить значение динамической скорости

$$u^* = \frac{Ku_F}{\ln((H_F - d)/z_0)} \quad (19)$$

и затем вычислить значение скорости ветра на любой высоте и соответствующие сопротивления.

5. Газообмен (блок фотосинтеза и фотодыхания)

Для расчета интенсивности фотосинтеза используется метод, изложенный в [1]. Скорость фотосинтеза единичной площадью поверхности листа Φ (мг CO_2 /м²·с) определяется соотношением:

$$\Phi = \left(\frac{r_x}{C_w} + \frac{1}{\alpha Q_{\Phi}} + \frac{1}{\Phi_{mm}} \right)^{-1} - R_d, \quad (20)$$

где C_w - концентрация углекислого газа в хлоропластах, мг/см³, r_x - сопротивление карбоксилирования, α - начальный наклон световой кривой фотосинтеза, мг CO_2 /Вт с, Q_{Φ} - поглощенная единичной поверхностью листа ФАР, Вт/м², Φ_{mm} максимальная интенсивность фотосинтеза, мг CO_2 /м² с, R_d - интенсивность фотодыхания. С другой стороны, концентрация CO_2 в хлоропластах лимитируется диффузионным сопротивлением на пути от невозмущенного потока воздуха (над посевам) до места вступления собственно в реакцию карбоксилирования:

$$\Phi_n = \frac{C_a - C_w}{r_{c\Sigma}}, \quad (21)$$

где C_a - концентрация CO_2 в атмосфере, г/см³, а $r_{c\Sigma}$ - суммарное сопротивление диффузии углекислого газа, с/см. Поскольку в реакцию карбоксилирования включается углекислота, находящаяся непосредственно в хлоропластах (в растворе), к суммарному сопротивлению добавляется член, ответственный за скорость растворения, т.н. сопротивление мезофилла r_m :

$$r_{c\Sigma} = r_{\Sigma}^c + r_m. \quad (22)$$

где $r_m \approx 1$ с/см. Скорость фотодыхания отражает интенсивность функционирования фотосинтетического аппарата. Поэтому обычно принимается, что

$$R_d = C^* \cdot \Phi_{mm}, \quad (23)$$

где коэффициент затрат $C^* = 0.1-0.3$. Теперь у нас есть все соотношения для расчета интенсивности газообмена. Для этого надо использовать (17), (22) и (23), подставив необходимые соотношения в (20) и (21), после чего из двух последних уравнений следует исключить неизвестную величину C_w . Эта процедура приводит к необходимости решения квадратного уравнения, корень которого и определяет искомую скорость нетто-фотосинтеза ([1], стр.145-149).

Как уже отмечалось, блок фотосинтеза является единственным блоком, в котором реализован часовой шаг счета. Дополнительно учитывается также величина листового индекса (LAI). В случае, когда листовой индекс не превышает величины 0,5, в модели используется однослойная схема. При величине LAI , находящемся в пределах от 0.5 до 1.0, схема включает в себя два расчетных слоя, а при $LAI > 1.0$ - три слоя, из которых два верхних слоя равны 0.5, а последний включает в себя оставшуюся величину. После расчета накопленных ассимилятов за шаг модели они все суммируются по слоям и по времени в течение суток и образуют общий пул ассимилятов, накопленных посевом в целом за “большой”, т.е. суточный шаг. Тем самым в блоке газообмена учитывается влияние на фотосинтез таких величин, как приходящая к посеву радиация, архитектура посева, скорость ветра и потенциал воды в листе, от которого зависит устьичное сопротивление.

6. Расчет сроков наступления фенофаз (блок развития)

Блок развития является неперменной составной частью большинства известных авторам динамических моделей. Задачей этого блока является расчет т.н. “физиологического времени”, т.е. связи скорости развития растения с условиями его вегетации, изменяющимися в обычном календарном (хронологическом) времени. Совершенно ясно, что все морфогенетические процессы развиваются не в обычном, а в физиологическом времени, визуальным проявлением которого является смена фенофаз. На скорость протекания физиологического времени оказывают существенное влияние погодные условия, варьирующие в ходе вегетации. Основными факторами, влияющими на фенотипическое проявление генетически детерминированной скорости развития многих растений, являются длина светового дня (фотопериод), температура воздуха и влагообеспеченность посева. Регулирующая роль этих факторов, несомненно, отражает адаптивные свойства растений по отношению к варьирующим условиям среды и имеет эволюционное происхождение. В данной модели в качестве регулирующих факторов участвуют температурный и водный режимы. При этом в основу модели положены следующие известные факты. Температурный режим является ведущим в формировании скорости развития. Развитие ускоряется при повышении температуры выше определенного порога, т.н. “биологического нуля”. Однако слишком высокие температуры замедляют развитие. Что же касается водного режима, то стресс по влаге ускоряет развитие от фазы всходов до цветения и замедляет развитие от сева (посадки) до всходов и от цветения до полного созревания. Длительность светового периода является весьма важной для индивидуального развития. В определенных условиях ее влияние оказывается решающей для перехода на генеративный путь развития. Однако мы будем иметь дело с районированными сортами, выращиваемыми в данном месте (на данной географической широте), где фотопериодическая реакция проходит автоматически.

Перейдем к формализации высказанных положений. Поскольку нас будут интересовать только даты наступления фенофаз, удобно ввести обозначение k для номера дня по Юлианскому календарю. При этом, например $k=1$ для 1 января, $k=365$ для 31 декабря. Дата 29 февраля в високосные годы опускается. Будем “измерять” физиологическое время в градусо-днях. В таком случае для приращения физиологического времени в день k можно в первом приближении принять следующую формулу:

$$\Delta\tau_0(k) = \begin{cases} (T_{av}(k) - T_0) & \text{при } T_{av}(k) \geq T_0 \\ 0 & \text{при } T_{av}(k) \leq T_0 \end{cases}, \quad (24)$$

где $T_{av}(k)$ - среднесуточная температура воздуха в день k , T_0 - биологический нуль. Это соотношение описывает только ускорение развития при увеличении температуры воздуха выше порогового значения T_0 . Однако оно не отражает влияния на развитие высоких температур и влажности почвы. Для учета этих эффектов дополним его следующим образом. Во-первых, введем в уравнение квадратичный член, описывающий уменьшение скорости развития при высоких температурах. Во-вторых, введем функцию стресса, отражающую влияние на этот процесс водного дефицита. В результате получим следующее приращение физиологического времени в день k :

$$\Delta\tau(k) = \Delta\tau_0(1 - \Delta\tau_0/c_1) \cdot Str(\psi_s) , \quad (25)$$

где c_1 - некоторая константа, ψ_s - потенциал почвенной влаги, а функция $Str(\psi_s)$ отражает влияние водного дефицита. Приращение физиологического времени неотрицательно. Поэтому в программе величине, вычисленной по соотношению (25), присваивается нулевое значение, если она оказывается отрицательной.

Определим вид функции стресса. Как уже сказано, водный дефицит на разных фазах может приводить либо к ускорению, либо к замедлению развития. В зависимости от этого значение функции стресса может быть меньше или больше единицы. Точнее говоря, значение функции $Str(\psi_s)$ должно быть равно единице в условиях оптимального увлажнения (т.е. при влажности почвы, вблизи наименьшей влагоемкости) и уменьшаться или увеличиваться при изменении потенциала почвенной влаги, достигая максимального значения при потенциале почвенной влаги, соответствующем влажности завядания. Поэтому функция $Str(\psi_s)$ имеет вид:

$$Str(\psi_s) = \begin{cases} 1 & \text{если } \psi_s \geq \psi_{opt} \\ 1 + (S_0 - 1) \frac{\psi_s - \psi_{opt}}{\psi_w - \psi_{opt}} & \text{если } \psi_s \leq \psi_{opt} \end{cases} , \quad (26)$$

где ψ_w - потенциал почвенной влаги, соответствующий влажности завядания. Функция стресса содержит два параметра: ширину комфортной зоны ψ_{opt} , в пределах которой влияние стресса отсутствует, и предельную величину стресса S_0 . Значение S_0 при этом должно быть больше единицы при ускорении развития, и меньше единицы при замедлении развития.

Величина прироста физиологического времени (25) суммируется по дням, так что накопленная к текущим суткам величина рассчитывается как:

$$\tau(k) = \sum_{j=k_0}^k \Delta\tau(j) , \quad (27)$$

где k_0 - номер дня сева, а k - номер текущего дня. Очередная фаза наступает при достижении величиной $\tau(k)$ некоторого порогового значения $T_{Ph}(IPh)$, зависящего от порядкового номера фазы IPh :

$$\tau(k) \geq T_{Ph}(IPh). \quad (28)$$

Это соотношение означает, что в том случае, когда в ходе вегетации значение $\tau(k)$ впервые достигает порогового значения $T_{Ph}(IPh)$ (или впервые превышает его), порядковый номер фазы увеличивается на единицу.

В формулы (25)-(28), отражающие влияние условий вегетации на скорость развития, входят переменные T_{av} и ψ_s , а также 5 параметров - T_0 , c_1 , ψ_{opt} , S_0 и T_{Ph} . Все эти параметры зависят от номера фазы развития IPh . В качестве примера их значения для яровой пшеницы сорта Саратовская 29 представлены в таблице 3. Для некоторых приложений целесообразно нормировать физиологическое время, придав ему нулевое значение в момент всходов, единичное значение при цветении и 2 в момент полного созревания. Нормированные значения физиологического времени, обозначаемого далее через DVS , также приведены в таблице 3.

7. Распределение ассимилятов по органам растения (блок роста)

В блоке роста растений находит свое отражение процесс распределения ассимилятов, накопленных за текущие сутки блоком фотосинтеза, между отдельными органами растения. Если развитие характеризуется физиологическим возрастом, то рост растения определяется интенсивностью фотосинтеза и т.н. ростовыми функциями [1,3]. Более точно, пусть ΔB означает накопленные за сутки ассимиляты (разность между фотосинтезом и дыханием). Тогда ростовые функции (distribution keys) используются для расчета скорости прироста биомассы отдельных органов. Вначале ассимиляты распределяются между надземными органами и корнями:

$$\begin{aligned} \Delta B_{root} &= c_{rs} \Delta B \\ \Delta B_{shoot} &= (1 - c_{rs}) \Delta B \end{aligned} \quad (29)$$

где ΔB - прирост сухого вещества посева [$\text{кг га}^{-1} \text{сут}^{-1}$],

ΔB_{root} - прирост сухого вещества корней [$\text{кг га}^{-1} \text{сут}^{-1}$],

ΔB_{shoot} - прирост сухого вещества надземной части посева [$\text{кг га}^{-1} \text{сут}^{-1}$],

c_{rs} - ростовая функция корней.

Величина прироста биомассы других органов, т.е. листьев, стеблей и колоса определяется как доля сухого вещества надземной части, направляемого в этот орган:

$$\Delta B_i = c_i \cdot \Delta B_{shoot} \quad (30)$$

где ΔB_i - прирост сухого вещества органа i [$\text{кг га}^{-1} \text{сут}^{-1}$];

c_i - ростовая функция органа i ;

i - листья (l), стебли (s), колос (e).

В детерминированном случае все ростовые коэффициенты являются функциями физиологического времени τ и удовлетворяют условиям нормировки:

$$0 \leq c_{rs}, c_i \leq 1, \quad c_l + c_s + c_e = 1. \quad (31)$$

Как очевидно, ростовые коэффициенты являются функциями биологического времени, т.е. DVS . Для их определения введем первоначально монотонно возрастающую функцию, определяемую двумя параметрами: $a1$ и $a2$:

$$y(x) = \frac{x}{x + \exp(a1 - a2 \cdot x)}, \quad (32)$$

где независимая переменная x совпадает с физиологическим возрастом DVS . В модели использованы два типа функций, основанных на соотношении (6). Они изображены на рис. 2 и 3. Первый из них применяется при расчете распределения ассимилятов между надземными органами и корнями, а также между листьями и стеблями. Второй тип функции используется при направлении ассимилятов в генеративные (колос) или запасные органы. Функция роста имеет пять параметров: тип функции (1 или 2), x_0 , x_{max} , y_{max} , $a1$ и $a2$. Значения этих параметров определяются в процессе идентификации модели. Ростовые функции для яровой пшеницы Саратовская 29, полученные в результате настройки модели, приведены на рис. 4 и 5.

Учет влияния водного стресса. Анализ многолетних фактических данных по ходу продукционного процесса растений показал, что динамика накопления сухой биомассы и листового индекса существенно варьирует по годам вегетации. Так, в благоприятном по влагообеспеченности 1973 году надземная биомасса яровой пшеницы в Саратовской области к концу вегетации составила величину 13022 кг/га, в то время как в засушливом 1979 году она равнялась только 4492 кг/га. Листовой индекс также вел себя по разному в разные годы. При достаточном увлажнении он достигал величины 4-5 $\text{м}^2/\text{м}^2$, причем максимум этой величины приходился на фазы колошения-цветения. Оказывается, в то же время, что в годы с глубокой засухой (в 1979 году) значение листового индекса не превышало 1.21 $\text{м}^2/\text{м}^2$, причем, самое главное, отмирание листьев начиналось не с фазы колошения, а гораздо раньше. Эти факты дали эмпирическую основу для введения специальных функций, учитывающих влияние водного стресса на ход продукционного процесса растений. Как очевидно, должны быть введены две различных функции, одна из которых воздействует на показатель продуктивности, а другая - на начало отмирания листьев.

Введем для этого следующую величину, рассчитываемую на каждом временном шаге модели:

$$S(j) = \frac{\sum_{l=0}^j \text{Pr}(l)}{\sum_{l=0}^j (E_p(l) + E_s(l))} \quad (33)$$

где $\text{Pr}(l)$ - осадки в день l ; $E_p(l)$ и $E_s(l)$ - соответственно транспирация растений и физическое испарение, а суммирование начинается с момента всходов. Иначе говоря, величина $S(j)$ представляет собой отношение суммы осадков, выпавших до текущего дня

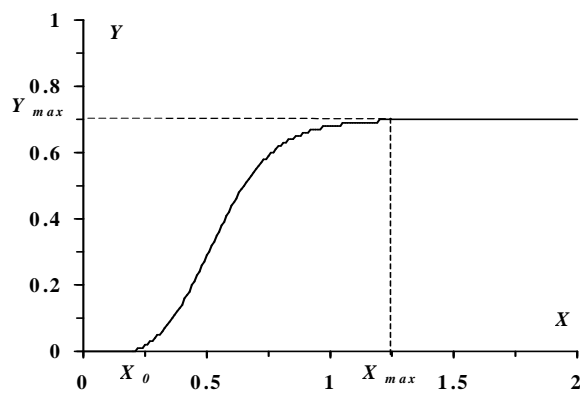


Рис. 2. Монотонно возрастающая ростовая функция.

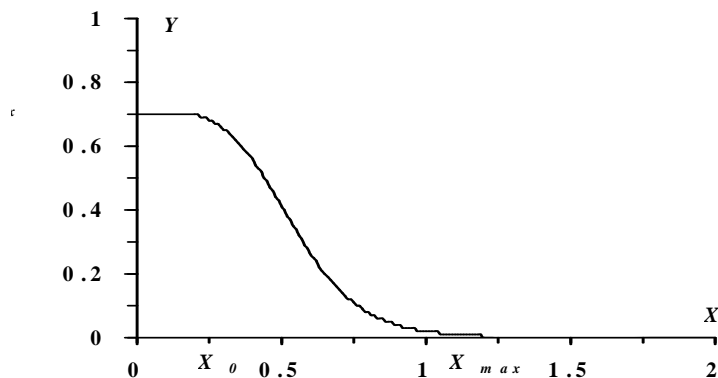


Рис. 3. Монотонно убывающая ростовая функция:
 $0 - X_0$, $X_{max} - 2$ – интервалы постоянства функции,
 $X_0 - X_{max}$ – интервал изменения функции,
 Y_{max} – максимальное значение функции.

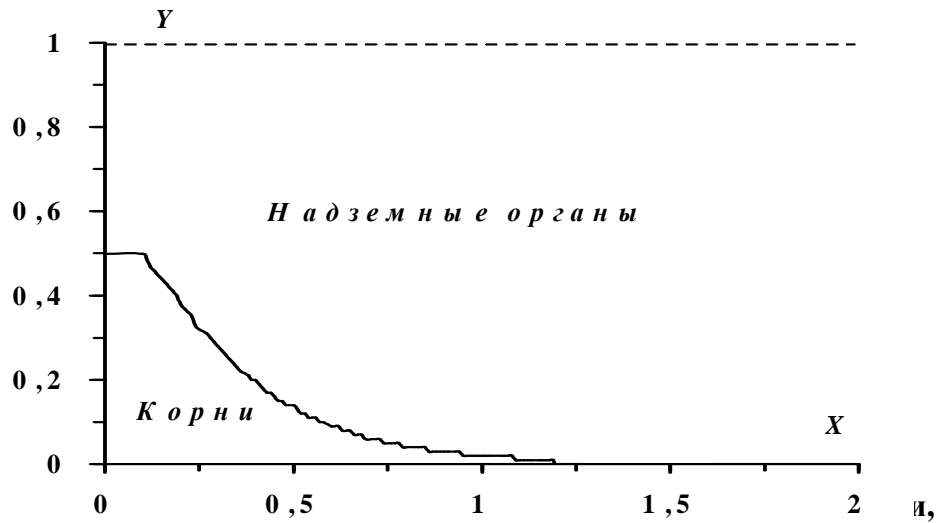


Рис. 4. Ростовая функция корней.

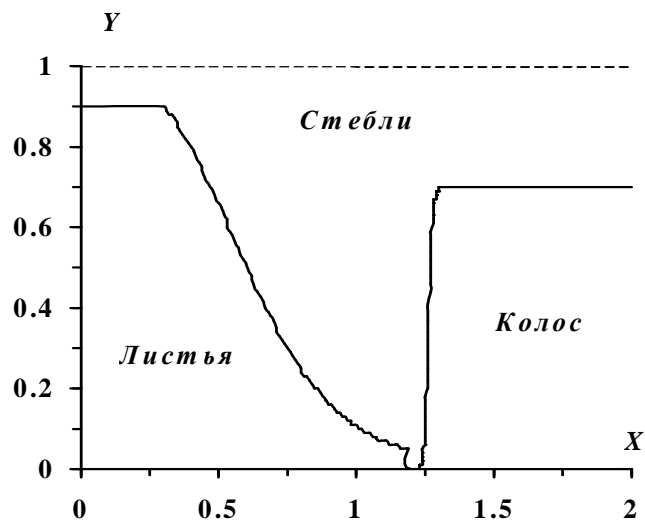


Рис. 5. Ростовые функции надземной части посева.

счета модели, к суммарной эвапотранспирации. Полученная таким образом величина представляет собой разрывную функцию, скачкообразно меняющуюся от шага к шагу модели. Поэтому ее приходится сглаживать с помощью динамического звена первого порядка

$$SS(j) = Q \cdot SS(j-1) + (1-Q) \cdot S(j) \quad (34)$$

и именно эту величину использовать в качестве входной величины функций стресса.

Настройка модели осуществлялась по двум основным показателям продукционного процесса растений: по накоплению биомассы и листовому индексу. Единственной возможностью учета влияния стресса на накопление биомассы является коррекция прироста ассимилятов, вырабатываемых блоком фотосинтеза на каждом шаге модели:

$$\Delta B^{(1)} = \Delta B \cdot Wstr_B(SS) \quad (35)$$

Что же касается динамики листового индекса, то в этом случае влияние стресса должно проявляться в сдвиге начала отмирания листьев в сторону меньших значений физиологического времени. Доля отмерших листьев описывается в модели следующим соотношением:

$$LAI_f = \begin{cases} 0 & \text{при } \tau < \tau_1 \\ (\tau - \tau_1) / (2 - \tau_1) & \text{при } \tau_1 \leq \tau \leq 2, \\ 1 & \text{при } \tau > 2 \end{cases} \quad (36)$$

где τ - нормированная величина физиологического времени, равная нулю в момент всходов, единице при цветении и двум при достижении полной спелости. В соответствии с этим, для расчета листового индекса живых (фотосинтезирующих) листьев получаем соотношение:

$$LAI_{green} = LAI_{sum} (1 - LAI_f), \quad (37)$$

Нетрудно видеть, что в соответствии с (36) и (37) отмирание листьев не происходит до момента достижения физиологическим временем значения τ_1 (при этом $LAI_f=0$), после чего доля желтых листьев начинает увеличиваться, а доля зеленых - уменьшаться, благодаря чему листовой индекс уменьшается. В благоприятных условиях внешней среды максимум листового индекса приходится на период колошения - цветения. Однако в условиях стресса отмирание листьев может начаться значительно раньше. Поэтому можно попытаться связать с функцией стресса $Wstr_L$ непосредственно величину τ_1 , управляющую началом завядания листьев:

$$\tau_1 = Wstr_L(SS) \quad (38)$$

Схема расчета в блоке роста является следующей. Первоначально учитывается стресс по продуктивности путем умножения значения накопленных за сутки ассимилятов на функцию $Wstr_B$. Затем учитываются затраты структурной биомассы органов растения на дыхание поддержания. Далее с использованием ростовых функций рассчитываются приросты биомассы органов растения, и производится пересчет этих величин в

структурную биомассу с помощью коэффициентов конверсии. Наконец, рассчитанные величины приростов суммируются с накопленными к предыдущему дню значениями структурной биомассы.

Таким образом, в модель дополнительно включены две функции стресса, одна из которых влияет на суточную сумму накопленных ассимилятов, а другая - на начало отмирания листьев. Параметры этих двух функций были определены с использованием имеющихся экспериментальных данных.

Адаптивная ростовая функция. В одну из версий модели включена т.н. адаптивная ростовая функция. Метод, описанный ниже, позволяет не только описать формирование отдельных органов растения, но и подводит определенную теоретическую базу под механизм органогенеза. Будем для определенности излагать наши соображения применительно к колосовым зерновым культурам, хотя их применимость этим случаем не ограничивается. Сказанное относится к ростовой функции, управляющей распределением ассимилятов между корневой системой и совокупностью надземных органов – листьями, стеблями и колосом, т.е. позволяющей рассчитывать т.н. "root:shoot relation" в процессе вегетации [5]. Метод, описанный ниже, устраняет недостаток, присущий детерминированным ростовым функциям - "жесткость" программы развития, не позволяющая учесть адаптивную реакцию растений на условия выращивания и, в частности, на варьирование доз минеральных (азотных) удобрений. Невозможно, кроме того, применить аппарат ростовых функций к таким культурам, как многолетние травы, для которых характерно возобновление вегетации после перезимовки или очередного укоса. Приведем здесь только конечные соотношения.

Как описано выше, общее количество первичных ассимилятов (сахаров), сформированное на основе поглощенной фотоэлементами ФАР с учетом водного стресса, влияющего на апертуру устьиц, рассчитывается в блоке фотосинтеза. Корневая система, с другой стороны, доставляет в надземную часть растений мобильные соединения азота (аммоний, нитраты). Количество поглощенного корнями азота определяется площадью поглощающей поверхности корней и концентрацией азота в почвенном растворе.

Потребность надземной и корневой частей посева на шаге k в азоте, обозначенная через $\Delta N_s(k)$ и $\Delta N_r(k)$, имеет вид (формула 3.12):

$$\begin{aligned}\Delta N_s(k) &= \Delta B_{shoot}(k) \cdot KS_c \cdot N_{shoot}, \\ \Delta N_r(k) &= \Delta B_{root}(k) \cdot KR_c \cdot N_{root},\end{aligned}\tag{39}$$

где KS_c и KR_c - коэффициенты конверсии углеводов в структурную биомассу побега и корня; N_{shoot} и N_{root} - концентрации азота в двух частях посева; ΔB_{shoot} и ΔB_{root} - приращения

сухой массы надземных органов и корней в углеродных единицах. Обе составляющие зависят от коэффициента распределения биомассы между органами растения c_{rs} . (см. формулу (29)). С другой стороны, доступность азота на том же шаге дается следующими соотношениями:

$$\Delta N_{av} = V_N \cdot (\Omega(k-1) + \xi \cdot \Delta\Omega(k))$$

$$\Delta\Omega(k) = S_{root} \cdot \Delta B_{root}(k),$$

где $\Delta\Omega(k)$ - приращение плотности корней; ξ - коэффициент, который можно принять равным 0,5 (соответствует линейному росту); S_{root} - площадь корней, отнесенная к единице биомассы. Если принять допущение о том, что, наряду с вновь синтезированными углеродными ассимилянтами, весь поглощенный азот участвует в образовании структуры растения (иначе говоря, о том, что в растении не образуется запасов минерального азота и мобильных углеводов, а все эти вещества трансформируются в структурную биомассу на каждом шаге модели), то можно прийти к равенству

$$\Delta N_s(k) + \Delta N_r(k) = \Delta N_{av}(k). \quad (40)$$

Обе части последнего равенства зависят от неизвестной величины – коэффициента c_{rs} . При этом правая часть монотонно (линейно) увеличивается с ростом этого коэффициента. Что же касается левой части, то, как известно, концентрация азота в структурной биомассе зависит от стадии онтогенеза. В надземной части растения она уменьшается в ходе онтогенеза, но всегда остается выше концентрации азота в корнях. В связи с этим нетрудно видеть, что величина левой части этого равенства уменьшается с ростом c_{rs} . Поэтому соотношение (40) может выполняться при единственном значении c_{rs} , удовлетворяющем условию баланса. Сказанное иллюстрируется графиком на рис. 6, на котором нанесены значения $\Delta N_s + \Delta N_r$ и ΔN_{av} в пересчете на кг/га как функции c_{rs} . Расчет выполнен для одного временного шага модели продукционного процесса ячменя в фазе выхода в трубку.

Приведенных соотношений вполне достаточно, чтобы вычислить значение коэффициента c_{rs} в явном виде. Это несложно сделать в силу линейности всех основных уравнений. Ясно, что биологический смысл имеют значения коэффициента c_{rs} , заключенные в пределах от нуля до единицы. Случай $c_{rs} > 1$ означает, что эта величина должна быть принята равной единице, то есть все накопленные за сутки ассимилянты должны быть использованы на построение надземных органов по программе, определяемой ростовыми функциями. В случае же, если c_{rs} оказывается меньше нуля, корневая система не в состоянии обеспечить азотом вегетирующее растение. Это приводит к ингибированию фотосинтеза дефицитом азота.

8. Влагоперенос в системе почва-посев

Здесь дано описание динамики переноса влаги в почве и растительном покрове, реализованное в блоках, являющихся важнейшими динамическими звеньями модели. Вода попадает в почву с атмосферными осадками, мигрирует по почвенному профилю под действием градиента капиллярно-сорбционного и гравитационного потенциала,

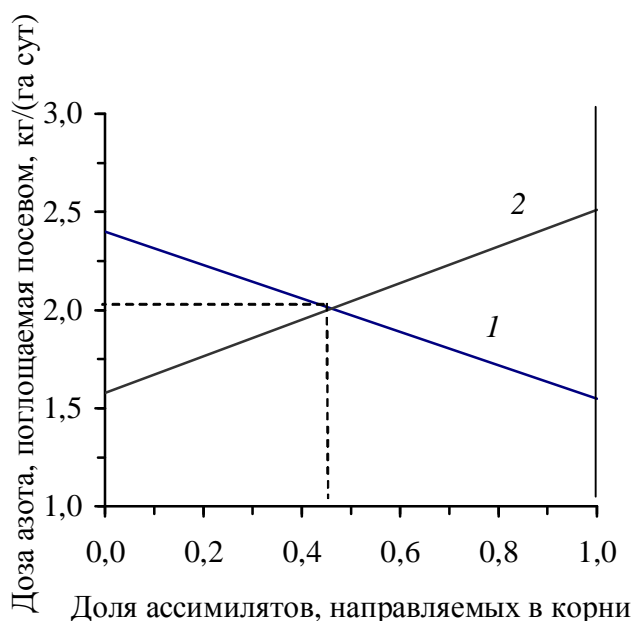


Рис. 6. Иллюстрация метода расчета доли ассимилятов (c_{rs}), направляемых в корни. 1 – зависимость потребности растений в азоте от c_{rs} ; 2 – зависимость азота, поглощаемого корнями, от c_{rs} .

поглощается корневой системой растений, испаряется с поверхности почвы и стекает за пределы расчетного слоя под действием сил гравитации. Влага, поглощенная корнями, в свою очередь транспортируется по ксилеме, после чего в парообразной форме через устьица удаляется обратно в атмосферу. Предполагается, что поле, на котором выращиваются растения, является однородным и изотропным в горизонтальном направлении, так что потоки жидкой воды в почве и пара в атмосфере - вертикальны. Плотность корневой системы и ее поглощающей поверхности являются постоянными в каждом почвенном слое, а распределение поглощающей поверхности корней также происходит только в вертикальном направлении.

8.1. Влагодперенос в почве. За основу моделирования влагодпереноса в почве принято уравнение Ричардса [12], объединяющее в себе уравнение материального баланса и закон Дарси для скорости движения влаги по почвенному профилю:

$$\frac{\partial \theta(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k^w(P) \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} - 1 \right) - f(x,t), \quad (41)$$

где t – время; x – пространственная координата по направленной вертикально вниз оси, имеющей начало на границе почва – приземный слой атмосферы; θ – объемная влажность почвы; P – капиллярно-сорбционный потенциал почвенной влаги; $k^w(P)$ – функция влагодпроводности (гидравлической проводимости) почвы; $f(x,t)$ – функция стока, характеризующая скорость поглощения воды корнями. Для замыкания задачи к этому соотношению надо, разумеется, добавить начальные и граничные условия. Начальное условие – это просто распределение воды по почвенному профилю в начале счета

$$\theta(x,0) = w(x), \quad (42)$$

где функция $w(x)$ (или ее дискретный аналог) должна быть измерена экспериментально или оценена, исходя из тех или иных соображений. Граничное условие на поверхности почвы (при $x=0$) записывается в виде

$$q_x^w(0,t) = q_{up}(t) = \begin{cases} Pr, & \text{если } Pr > 0, \\ -Es, & \text{если } Pr = 0, \end{cases} \quad (43)$$

где Pr – величина атмосферных осадков, см/сут; Es – физическое испарение влаги в тех же единицах; $q_x^w(0,t)$ – поток воды на верхней границе расчетного слоя почвы. Граничное условие на нижней границе расчетного слоя может иметь разный вид. В случае неглубокого залегания грунтовых вод на этой границе ($x=H_s$) может быть задано постоянное значение капиллярно-сорбционного потенциала

$$P(H_s,t) = -P_H, \quad (44)$$

где значение P_H определяется в зависимости от разности глубин расчетного слоя и залегания грунтовых вод. В частности, когда расположение грунтовых вод совпадает с нижней границей расчетного слоя почвы, $P_H=0$. При глубоком залегании грунтовых вод (5 м и ниже) в модели принят следующий вид граничного условия, отражающий то обстоятельство, что вода из расчетного слоя почвы может стекать, в основном, за счет гравитации:

$$\left. \frac{\partial P}{\partial x} \right|_{x=H_s} = 0. \quad (45)$$

Уравнение (41) описывает динамику влажности почвы и потенциала почвенной влаги, между которыми имеется однозначная связь (мы здесь не рассматриваем феномен

гистерезиса). Эта связь задается т.н. педотрансферными функциями, вид и параметры которых определяются, в основном, гранулометрическим составом почвы. Как показал предварительный анализ [6], удовлетворительная точность расчетов может быть получена с использованием трехслойной модели, в которой агрогидрологические характеристики специфичны для каждого расчетного слоя. Точнее говоря, в почвенном профиле толщиной 100 см выделены три слоя – H_1 (0 – 20 см) H_2 (20 – 50 см) и H_3 (50 – 100 см). Для каждого из этих слоев определены значения следующих агрогидрологических характеристик:

МГ – максимальная гигроскопичность почвы,

ВЗ – влажность устойчивого завядания,

НВ – наименьшая влагоемкость почвы,

ПВ – полная влагоемкость (влажность насыщения, пористость) почвы.

С использованием этих характеристик определяются соответствующие параметры педотрансферных функций, имеющих вид

$$\theta(P) = \text{МГ} + \frac{\text{ПВ} - \text{МГ}}{1 + b(-P)^a}, \quad (46)$$

$$k^w(P) = K_0 \cdot (-P)^{C^*}, \quad (47)$$

где P – капиллярно-сорбционный потенциал почвенной влаги, см вод. ст.; θ – объемная влажность почвы, $\text{см}^3/\text{см}^3$; K_0 – коэффициент фильтрации, $\text{см}/\text{сут}$; a , b и C^* – эмпирические параметры. Первая функция представляет собой соотношение для кривой водоудерживающей способности почвы, а вторая выражает зависимость влагопроводности почвы от капиллярно-сорбционного потенциала почвенной влаги. Теперь мы имеем все соотношения для расчета динамики почвенной влаги. Однако эти уравнения не могут интегрироваться независимо. Для расчета верхнего граничного условия надо задать величину испарения с поверхности почвы (физического испарения), а вид стоковой функции $f(x, t)$ определяется интенсивностью корневого поглощения (транспирацией растений). Поэтому для расчета влагопереноса в почве, занятой растительным покровом, уравнения динамики почвенной влаги и уравнения влагопереноса в растительном покрове надо решать совместно.

8.2. Расчет транспирации и испарения (блок эвапотранспирации). Блок, реализующий метод количественного описания процессов транспирации и физического испарения, в той или иной трактовке обязательно присутствует во всех динамических моделях. Подходы к реализации описания этих процессов, разумеется, менялись на протяжении всей истории моделирования. Теоретический подход, основанный на совместном решении уравнений тепло- и влагопереноса в приземном слое воздуха, был реализован еще в базовой модели продукционного процесса [1]. Многими другими авторами предлагались различные полуэмпирические методы. В конце концов, основное место в моделях заняла идея вычисления первоначально потенциальной эвапотранспирации, затем деления ее на две составляющие в зависимости от величины листового индекса и последующего учета водного стресса, приводящего к расчету реальных значений транспирации и испарения из почвы. Именно этот метод нашел применение в типичной для европейских стран модели WOFOST [11] или американской модели EPIC. Что же касается самого расчета потенциальной эвапотранспирации, то для него чаще всего использовался метод Пенмана-Монтейса. Нами предложен новый метод, предназначенный для непосредственной оценки реальных значений транспирации и физического испарения. Исходным соотношением для развития этого метода послужило уравнение для расчета потенциальной эвапотранспирации, первоначально предложенное Пенманом и усовершенствованное Монтейсом. Детализация и развитие этого метода позволили перейти к расчету реальных значений транспирации растений и физического испарения непосредственно, минуя промежуточные стадии. Поскольку идея метода опубликована [2], приведем лишь конечные соотношения.

Для суточной суммы транспирации растений в [3] получено следующее соотношение:

$$E_p = k_w \frac{R_n}{\chi} + (1 - k_w) E_p^0, \quad (48)$$

где χ - теплота парообразования; R_n - поглощенная посевам за сутки коротковолновая радиация; E_p^0 - величина, имеющая размерность транспирации, мм/сут;

$$E_p^0 = 86400 \rho_a \frac{q_{sat}(T_a) - q_a}{r_\Sigma^q}, \quad (49)$$

где 86400 - количество секунд в сутках. Коэффициент k_w имеет вид:

$$k_w = \frac{1}{1 + (c_p/b\chi) \cdot (r_\Sigma^q/r_\Sigma^T)}, \quad (50)$$

а все остальные величины, входящие в (48)-(50), имеют следующие значения:

ρ_a - плотность воздуха; c_p - теплоемкость воздуха при постоянном давлении; q_a и $q_{sat}(T_a)$ - удельная влажность воздуха и удельная влажность насыщения при температуре воздуха; b - коэффициент линеаризации в формуле Магнуса; r_{Σ}^T и r_{Σ}^q - зависящие от скорости ветра (u) сопротивления переносу тепла и водяного пара, рассчитываемые в соответствии с формулами (15) и (16).

В соответствии с формулой (48) суточная сумма транспирации зависит от погодных условий текущего дня и неизвестной пока величины устьичного сопротивления r_{st} , поскольку последняя величина входит в качестве слагаемого в выражение для r_{Σ}^q :

$$r_{\Sigma}^q = r_{\Sigma}^T + r_{st}.$$

В свою очередь величина устьичного сопротивления зависит от потенциала воды в листе, P_L :

$$r_{st} = r_{st}(P_L). \quad (51)$$

Таким образом, в соответствии с (39)-(42) величина транспирации посева может быть вычислена как функция погодных условий и P_L :

$$E_p = f(R_n, T_a, q_a, u, P_L). \quad (52)$$

Представленная выше система уравнений позволяет вычислить поток транспирации, если известны все входящие в правую часть аргументы. К ним, кроме погодных условий, относится величина потенциала воды в листе. Для исключения этой переменной поступим следующим образом. Запишем уравнение для суммарного за сутки поглощения воды корневой системой растений E_r :

$$E_r = \sum_{i=1}^{NR} \xi \omega_i (p_{si} - P_R), \quad (53)$$

где NR - количество выделенных слоев почвы; ω_i - удельная поверхность корней; ξ - проводимость корневой системы; p_{si} и P_R - значения потенциала влаги i -го слоя почвы и корня, соответственно. Полагая, что значения потенциала почвенной влаги известны (в модели эти величины берутся с предыдущего временного шага), исключим неизвестные величины P_L и P_R , пользуясь балансовым соотношением:

$$E_p \approx E_r$$

и принимая, что значения потенциала влаги в почве и корне также приблизительно равны:

$$P_L \approx P_R.$$

В [4] для решения полученной системы нелинейных уравнений предложен простой итерационный способ.

Аналогичная схема предложена и для моделирования физического испарения из почвы [3]. Идея метода сводится к тому, чтобы, по аналогии с предыдущим, использовать уравнения теплового баланса на поверхности почвы и линеаризованную формулу Магнуса. К этим соотношениям добавляется изотерма сорбции верхнего слоя почвы и т.н. “метод присоединенной стенки” [1]. Все преобразования подробно описаны в [3]. Поэтому приведем здесь лишь окончательные формулы. Соотношение для расчета испарения с поверхности почвы под растительным покровом имеет вид:

$$E_s = \frac{g(w_0)}{1 + g(w_0)} \frac{R_s}{\chi} + \frac{I}{1 + g(w_0)} E_s^0, \quad (54)$$

где E_s - физическое испарение, мм/сут; R_s - радиационный баланс на поверхности почвы; величина E_s^0 и функция $g(w_0)$ имеют вид:

$$E_s^0 = \rho_a D_s^q (q_{sat}(T_a) f(w_0) - q_a), \quad (55)$$

$$g(w_0) = \frac{b \chi f(w_0) D_s^q}{c_p D_s^T}, \quad (56)$$

а остальные величины, входящие в (8)-(10), имеют следующий смысл: D_s^T и D_s^q - значения проводимости приземного слоя воздуха по теплу и влаге. Функция $f(w_0)$ отражает снижение влажности приземного воздуха при уменьшении влажности верхнего слоя почвы w_0 . Она аппроксимирована выражением:

$$f = \frac{\ln p_{s0}}{\ln p_{s0} + \exp(a - b \ln p_{s0})}, \quad (57)$$

где p_{s0} - потенциал почвенной влаги в верхнем слое почвы.

Отметим, что все входящие в данный блок модели параметры имеют ясный физический или биологический смысл.

9. Численный метод интегрирования уравнений динамики почвенной влаги

Вертикальный перенос влаги в почвенной толще с учетом корневого поглощения описывается уравнением (41) с начальным условием (42) и граничными условиями (43) и (44) или (45). Соотношение (41) является нелинейным (квазилинейным) уравнением в частных производных параболического типа. Две входящие в него величины – потенциал почвенной влаги P и влажность почвы θ – связаны между собой однозначной зависимостью (например, (46)), а входящая в уравнение функция влагопроводности также

зависит от потенциала почвенной влаги (47). Для окончательной записи уравнения влагопереноса необходимо исключить из (41) одну из двух переменных – P или θ . Такой “лишней” переменной является именно θ , поскольку влагоперенос осуществляется под действием градиента потенциала почвенной влаги. Кроме того, распределение величины потенциала почвенной влаги (в отличие от величины влажности почвы) по глубине расчетного слоя всегда описывается непрерывной кривой. Воспользовавшись уравнением (46), перепишем (41) в виде

$$\mu(P) \frac{\partial P(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k^w(P) \frac{\partial P(x,t)}{\partial x} - 1 \right) - f(x,t), \quad (58)$$

где $\mu(P) = \frac{d\theta(P)}{dP}$ – дифференциальная влагоемкость почвы. Аналитических методов решения подобных уравнений не существует. Поэтому приходится обращаться к методам численного интегрирования. По существу, единственным методом, позволяющим найти решение данного уравнения, является метод конечных разностей. Сначала необходимо перейти к дискретному аналогу уравнения. Для этого следует выбрать шаг дискретизации по времени и по вертикальной координате. Учитывая прикладную направленность модели и характер задач, для решения которых она предназначена, шаг по координате h выбран постоянным и равным 10 см. Выбор шага согласован с экспериментальным сопровождением модели: все измерения влажности почвы проводятся обычно по слоям 0 - 10, 10 - 20, ..., 90 - 100 см. Как показал опыт моделирования, такой выбор обеспечивает также удовлетворительную точность расчетов. Что же касается шага по времени τ , то его величина должна быть согласована с пространственным шагом для обеспечения устойчивости численной схемы. Применение явной разностной схемы требует достаточно малого шага по времени. Поэтому для дискретизации уравнения (41) использована неявная разностная схема Кранка–Николсона, обеспечивающая второй порядок точности по пространственной переменной. Для построения дискретного аналога уравнений, описывающих динамику почвенной влаги, разобьем рассматриваемую почвенную толщу на N_S слоев толщиной h . Узлы полученной таким образом пространственной решетки поместим на границах этих слоев. Следовательно, таких узлов $N_S + 1$. Аналогично разобьем и расчетный временной интервал на N_T шагов по времени длительностью τ . Конечный момент времени этого интервала t_1 будет иметь номер $N_T + 1$. Дискретный аналог уравнения (58) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{h\mu_i^{j+1/2}}{\tau} (P_i^{j+1} - P_i^j) &= \frac{k_{i+1/2}^{j+1/2}}{2h} (P_{i+1}^{j+1} - P_i^{j+1} - h) - \frac{k_{i-1/2}^{j+1/2}}{2h} (P_i^{j+1} - P_{i-1}^{j+1} - h) - h(\mathcal{E}_i^{j+1/2})^{j+1/2} + \\ &+ \frac{k_{i+1/2}^{j+1/2}}{2h} (P_{i+1}^j - P_i^j - h) - \frac{k_{i-1/2}^{j+1/2}}{2h} (P_i^j - P_{i-1}^j - h), \end{aligned} \quad (59)$$

где $\mu_i^{j+1/2} = \mu^w(P_i^{j+1/2})$, $k_{i+1/2}^{j+1/2} = k^w(P_{i+1/2}^{j+1/2})/\rho^w$, $k_{i-1/2}^{j+1/2} = k^w(P_{i-1/2}^{j+1/2})/\rho^w$;

$$(\mathcal{E}_i^{j+1/2})^{j+1/2} = \left((\mathcal{E}_i^{j+1})^{j+1} + (\mathcal{E}_i^j)^j \right) / (2\rho^w), \quad P_i^{j+1/2} = (P_i^{j+1} + P_i^j) / 2;$$

$$P_{i+1/2}^{j+1/2} = (P_{i+1}^{j+1} + P_i^{j+1} + P_{i+1}^j + P_i^j) / 4, \quad P_{i-1/2}^{j+1/2} = (P_i^{j+1} + P_{i-1}^{j+1} + P_i^j + P_{i-1}^j) / 4;$$

$P_i^j = P(x_i, t^j)$; x_i – пространственная координата i -го узла; t^j – j -й момент времени;

$i = 2, 3, \dots, N_S$; $j = 1, 2, \dots, N_T$. Введем обозначения: $a_i = \frac{k_{i-1/2}^{j+1/2}}{2h}$, $a_{i+1} = \frac{k_{i+1/2}^{j+1/2}}{2h}$, $d_i = \frac{h\mu_i^{j+1/2}}{\tau}$,

$f_i = d_i P_i^j - h(\mathcal{E}_i^{j+1/2})^{j+1/2} + a_{i+1}(P_{i+1}^j - P_i^j - 2h) - a_i(P_i^j - P_{i-1}^j - 2h)$. С учетом этих обозначений

перепишем разностное уравнение (59) в виде

$$d_i P_i^{j+1} = a_{i+1} (P_{i+1}^{j+1} - P_i^{j+1}) - a_i (P_i^{j+1} - P_{i-1}^{j+1}) + f_i, \quad (60)$$

где $i = 2, 3, \dots, N_S$, $j = 1, 2, \dots, N_T$. Последнее преобразуем к следующему виду:

$$w_i - w_{i+1} - d_i P_i^{j+1} = -f_i, \quad (61)$$

$w_i = a_i (P_{i-1}^{j+1} - P_i^{j+1})$, $w_{i+1} = a_{i+1} (P_i^{j+1} - P_{i+1}^{j+1})$, $i = 2, 3, \dots, N_S$, $j = 1, 2, \dots, N_T$. Необходимо

отметить, что дискретное значение вертикальной скорости изотермического переноса

почвенной влаги $q_i^{j+1/2}$ связано с w_i соотношением

$$\begin{aligned} q_i^{j+1/2} &= (q_x^w)_i^{j+1/2} / \rho^w = -\frac{k_{i-1/2}^{j+1/2}}{2h} (P_i^{j+1} + P_i^j - P_{i-1}^{j+1} - P_{i-1}^j - 2h) = \\ &= a_i (P_{i-1}^{j+1} - P_i^{j+1}) + a_i (P_{i-1}^j - P_i^j + 2h) = w_i + a_i (P_{i-1}^j - P_i^j + 2h) \end{aligned} \quad (62)$$

($i = 2, 3, \dots, N_S$, $j = 1, 2, \dots, N_T$).

Перейдем к рассмотрению граничных условий. Дискретный аналог уравнения, описывающего стационарный поток почвенной влаги (45) на нижней границе расчетной

почвенной толщи, имеет вид $P_{N_S+1}^{j+1/2} = P_{N_S}^{j+1/2}$ ($j = 1, 2, \dots, N_T$). Перепишем это уравнение

следующим образом:

$$P_{N_S+1}^{j+1} + P_{N_S+1}^j = P_{N_S}^{j+1} + P_{N_S}^j, \quad j = 1, 2, \dots, N_T.$$

Из этого уравнения получим

$$P_{N_S+1}^{j+1} = \chi_2 P_{N_S}^{j+1} + v_2, \quad (63)$$

где $\chi_2 = 1$, $v_2 = P_{N_S}^j - P_{N_S+1}^j$, $j = 1, 2, \dots, N_T$. Дискретный аналог уравнения, описывающего поток почвенной влаги на верхней границе расчетной с учетом деятельности корневой системы растений, имеет вид

$$\frac{\mu_1^{j+1/2}}{\tau} (P_1^{j+1} - P_1^j) = \frac{k_2^{j+1/2}}{h} \left(\frac{P_3^{j+1} - P_1^{j+1}}{4h} + \frac{P_3^j - P_1^j}{4h} - 1 \right) + \frac{(q_{up})^{j+1/2}}{h} - (f_{\oplus})_1^{j+1/2}, \quad (64)$$

где $(q_{up})^{j+1/2}$ – скорость влагопереноса на границе почва – приповерхностный слой воздуха, $j = 1, 2, \dots, N_T$. Величина $(q_{up})^{j+1/2}$ определяется как разность между интенсивностью атмосферных осадков и физическим испарением влаги с поверхности почвы. Способ расчета физического испарения с поверхности почвы представлен выше.

Перепишем последнее соотношение следующим образом:

$$P_1^{j+1} \left(1 + \frac{\tau k_2^{j+1/2}}{4h^2 \mu_1^{j+1/2}} \right) = P_1^j \left(1 - \frac{\tau k_2^{j+1/2}}{4h^2 \mu_1^{j+1/2}} \right) + \frac{\tau k_2^{j+1/2}}{4h^2 \mu_1^{j+1/2}} (P_3^{j+1} + P_3^j - 4h) + \frac{\tau (q_{up})^{j+1/2}}{h \mu_1^{j+1/2}} - \frac{\tau (f_{\oplus})_1^{j+1/2}}{\mu_1^{j+1/2}},$$

а затем приведем его к виду

$$P_1^{j+1} = \chi_1 P_1^j + v_1, \quad (65)$$

где $\chi_1 = 0$; $v_1 = (q_* + r_*)/p_*$, $p_* = 1 + \frac{\tau k_2^{j+1/2}}{4h^2 \mu_1^{j+1/2}}$, $q_* = P_1^j \left(1 - \frac{\tau k_2^{j+1/2}}{4h^2 \mu_1^{j+1/2}} \right)$,

$$r_* = \frac{\tau k_2^{j+1/2}}{4h^2 \mu_1^{j+1/2}} (P_3^{j+1} + P_3^j - 4h) + \frac{\tau (q_{up})^{j+1/2}}{h \mu_1^{j+1/2}} - \frac{\tau (f_{\oplus})_1^{j+1/2}}{\mu_1^{j+1/2}}, \quad j = 1, 2, \dots, N_T.$$

Алгоритм решения разностной краевой задачи, формулируемой уравнениями (62) - (64), основан на методе потоковой прогонки с итерациями. В этом методе выполняется следующая последовательность вычислений.

I. Рассчитываются: $\alpha_2 = a_2(1 - \chi_1)$, $\gamma_2 = a_2 v_1$.

II. Для $i = 2, 3, \dots, N_S$ последовательно вычисляются

$$\alpha_{i+1} = \begin{cases} \frac{\alpha_i + d_i}{1 + \frac{\alpha_i + d_i}{a_{i+1}}}, & a_{i+1} \geq 1 \\ \frac{a_{i+1}(\alpha_i + d_i)}{a_{i+1} + (\alpha_i + d_i)}, & a_{i+1} < 1; \end{cases}$$

$$\gamma_{i+1} = \begin{cases} \frac{\gamma_i + f_i}{1 + \frac{\alpha_i + d_i}{a_{i+1}}}, & a_{i+1} \geq 1 \\ \frac{a_{i+1}(\gamma_i + f_i)}{a_{i+1} + (\alpha_i + d_i)}, & a_{i+1} < 1. \end{cases}$$

III. Определяются искомые значения:

$$P_{N_S+1}^{j+1} = \begin{cases} \frac{v_2 + \gamma_{N_S+1} \frac{\chi_2}{a_{N_S+1}}}{1 - \chi_2 + \chi_2 \frac{\alpha_{N_S+1}}{a_{N_S+1}}}, & a_{N_S+1} \geq 1 \\ \frac{a_{N_S+1} v_2 + \gamma_{N_S+1} \chi_2}{a_{N_S+1} (1 - \chi_2) + \chi_2 \alpha_{N_S+1}}, & a_{N_S+1} < 1, \quad j = 1, 2, \dots, N_T; \end{cases}$$

$$w_{N_S+1} = \begin{cases} \frac{\gamma_{N_S+1} (1 - \chi_2) - \alpha_{N_S+1} v_2}{1 - \chi_2 + \chi_2 \frac{\alpha_{N_S+1}}{a_{N_S+1}}}, & a_{N_S+1} \geq 1 \\ \frac{\gamma_{N_S+1} (1 - \chi_2) a_{N_S+1} - \alpha_{N_S+1} v_2 a_{N_S+1}}{a_{N_S+1} (1 - \chi_2) + \chi_2 \alpha_{N_S+1}}, & a_{N_S+1} < 1. \end{cases}$$

IV. Далее для $i = N_S, N_S - 1, \dots, 2$ вычисляются

$$w_i = \frac{\alpha_i}{\alpha_i + d_i} w_{i+1} + \frac{d_i \gamma_i - \alpha_i f_i}{\alpha_i + d_i};$$

$$P_i^{j+1} = \begin{cases} \left(1 - \frac{\alpha_{i+1}}{a_{i+1}}\right) P_{i+1}^{j+1} + \frac{\gamma_{i+1}}{a_{i+1}}, & a_{i+1} \geq 1 \\ \frac{a_{i+1}}{a_{i+1} + \alpha_i + d_i} P_{i+1}^{j+1} + \frac{\gamma_i + f_i}{a_{i+1} + \alpha_i + d_i}, & a_{i+1} < 1, \quad j = 1, 2, \dots, N_T. \end{cases}$$

Итерационный процесс решения краевой задачи, формулируемой уравнениями (62), (63) и (65), заключается в следующем. На первом итерационном шаге коэффициенты этих уравнений вычисляются по значениям вектора начального состояния. Далее для этого используются полусуммы соответствующих значений векторов состояния последнего и предпоследнего итерационных шагов. Критерием сходимости процесса является уменьшение суммы квадратов разностей соответствующих значений векторов состояния последней и предпоследней итераций. Критерием окончания итерационного процесса является достижение этой суммой заданного малого значения δ_{it} .

10. Трансформация азотсодержащих соединений в почве

Главной целью, которая преследовалась при разработке этого блока модели, был учет влияния агрохимического состояния почвы (обеспеченность азотом) и условий почвенного питания растений на величину и качество урожая. В модель, входящую в систему AGROTOOL, не включены такие составляющие азотного цикла, как поступление азота в процессе азотфиксации и его потери при денитрификации. Это, разумеется, несколько снижает точность модельных расчетов, но в то же время допустимо, поскольку эти две составляющих в реальных погодных условиях примерно компенсируют друг друга. Кроме того, в модели не делается различия между двумя минеральными (аммонийными и нитратными) формами азота.

Программная реализация цикла трансформации азота включает описание следующих процессов:

- минерализация органического вещества почвы;
- иммобилизация азота микробной биомассой;
- поступление азота в почву с минеральными удобрениями;
- конвективно-диффузионный перенос нитратов по почвенному профилю;
- поглощение азота корневой системой растений.

В соответствии с общей структурой модели в слое почвы 0 – 100 см выделены десять расчетных слоев: 0 – 10, 10 – 20, ..., 90 – 100 см. При этом считается, что свойства почвы и ее составляющих в каждом слое однородны, а перенос всех мобильных элементов осуществляется между двумя соседними слоями. Поскольку схема на рис. 1.4 относится к одному почвенному слою, то соответствующие соотношения должны быть записаны для каждого из выделенных слоев. При этом органические формы азота присутствуют в основном в слое 0 – 20 см и частично в слое 20 – 50 см. В более глубоких слоях почвенная органика отсутствует.

Минерализация почвенной органики. Перенумеруем почвенные слои сверху вниз, обозначив номер слоя через i . Номер временного шага модели будем обозначать через j . Введем также следующие обозначения:

$OM(i,j)$ – содержание почвенной органики (субстрата) в слое i в момент j , кг/га;

$M_{biom}(i,j)$ – биомасса микроорганизмов в слое i в момент j , кг/га;

C_{eff} – коэффициент эффективности трансформации субстрата, кг/кг;

CN_{OM} – отношение C:N в субстрате, б/р;

CN_{MB} – отношение C:N в микробной биомассе, б/р.

При этом под содержанием почвенной органики будем понимать всю совокупность содержащих углерод и азот органических соединений, подвергающихся трансформации в минеральные формы углерода и азота под действием почвенной микрофлоры.

Коэффициент эффективности $C_{eff} \approx 0.6$ характеризует отношение прироста биомассы микроорганизмов к единице массы поглощенного субстрата. Это означает, что в процессе потребления субстрата микроорганизмами ~40 % углерода расходуется на дыхание, а остальная часть углерода идет на построение микробной биомассы. Примем, что зависимость прироста биомассы от концентрации субстрата подчиняется закону Михаэлиса–Ментен. В таком случае можно записать следующее уравнение для прироста биомассы за шаг модели:

$$G_{MBiom}(i, j) = G_{max} F_{str}^1(T_s(i, j)) F_{str}^2(w(i, j)) \frac{OM(i, j)}{K_{MB} + OM(i, j)} \cdot M_{Biom}(i, j), \quad (66)$$

где $G_{MBiom}(i, j) = M_{Biom}(i+1, j) - M_{Biom}(i, j)$, $F_{str}^i(*)$ – коэффициент стресса соответственно по температуре почвы ($i=1$) и по влаге ($i=2$); G_{max} – коэффициент скорости роста бактерий в комфортных условиях; K_{MB} – константа в уравнении Михаэлиса–Ментен. В соответствии с этим уравнение для трансформации субстрата в микробную биомассу имеет вид

$$D_{OM}(i, j) = OM(i, j+1) - OM(i, j) = -G_{MBiom}(i, j) / C_{eff}, \quad (67)$$

а для баланса микробной биомассы справедливо соотношение

$$D_{MBiom}(i, j) = M_{Biom}(i+1, j) - M_{Biom}(i, j) = G_{MBiom}(i, j) - K_{MBiom} \cdot M_{Biom}(i, j), \quad (68)$$

K_{MBiom} – коэффициент смертности микроорганизмов.

Динамика содержания минерального азота в почве находится как баланс двух разнонаправленных процессов – минерализации и иммобилизации, поэтому выполняется соотношение

$$D_{NMin}(i, j) = D_{OM}(i, j) / CN_{OM} - D_{MBiom}(i, j) / CN_{MBiom}. \quad (69)$$

Все эти процессы имеют место в тех слоях почвы, в которых присутствует органическое вещество. В наших предположениях это слои 0 – 10, 10 – 20, ..., 40 – 50 см. Так что индекс i во всех соотношениях (66) – (69) принимает значения от $i=1$ до $i=5$.

Конвективно-диффузионный перенос азота. Перенос минеральных форм азота по почвенному профилю осуществляется под воздействием двух процессов: диффузии в почвенном растворе и конвекции с вертикальным потоком воды. Процессы переноса имеют место во всех расчетных слоях. При этом диффузия происходит в направлении уменьшения концентрации азота в почвенном растворе, а поток нитратов из последнего, (десятого) слоя идентифицируется с потерями азота за счет его вымывания из почвы. Для описания процесса диффузии в почве принято использовать т.н. эффективный коэффициент диффузии (D_s , см²/сут)

$$D_s = (1/\tau)D_w + v_p D_v, \quad (70)$$

где D_w – коэффициент диффузии в свободном растворе, см²/сут; D_v – коэффициент дисперсии, см; $\tau \in$ – коэффициент извилистости порового пространства, б/р; v_p – средняя скорость движения воды в поровом пространстве, см/сут. Эта последняя величина равна

$$v_p = q_x^w / \theta,$$

q_x^w – вертикальный поток влаги в почве, см/сут; θ – объемная влажность почвы, см³/см³.

Для диффузионного потока азота $ND_{flow}(i)$ из слоя i в слой $i+1$ получим

$$ND_{flow}(i) = -D_s(i)(N_{con}(i+1) - N_{con}(i))/h_{i,i+1}, \quad (71)$$

где $D_s(i)$ – эффективный коэффициент диффузии, осредненный по слоям i и $i+1$; $N_{con}(i)$ – концентрация минерального азота в слое i , мг/см³; $h_{i,i+1}$ – расстояние между серединами соседних слоев, см. При этом поток, направленный вниз, считается положительным. Знак конвективного потока зависит от того, в какую сторону направлен поток влаги на данном шаге модели. Поэтому конвективная составляющая потока NC_{flow} может также быть как положительной, так и отрицательной. Иначе говоря,

$$NC_{flow}(i) = \begin{cases} N_{con}(i) \cdot q^w(i), & \text{если } q_i^w > 0, \\ N_{con}(i+1) \cdot q^w(i), & \text{если } q_i^w < 0, \end{cases} \quad (72)$$

$q^w(i)$ – поток влаги из слоя i в слой $i+1$ ($i=1, 2, \dots, 10$).

Поглощение азота корневой системой. В соответствии с общей теорией поглощение минерального азота корнями описывается уравнением Михаэлиса–Ментен. Скорость поглощения азота единицей поглощающей поверхности корней дается, таким образом, следующей формулой:

$$V_N(i) = V_{\max} \frac{N_{con}(i)}{N_{con}(i) + K_N}, \quad (73)$$

где V_{\max} – максимальная скорость поглощения азота, K_N – коэффициент в соотношении Михаэлиса–Ментен.

Для скорости поглощения азота корнями в слое i (N_{upt} , г/(см²•сут)) в соответствии с этим можно записать

$$N_{upt}(i) = V_N(i) C_R R_{biom}(i), \quad (74)$$

C_R – площадь единицы биомассы корней, см²/г; R_{biom} – биомасса корней в слое i , г/слой.

Поглощение азота корнями происходит до глубины проникновения корней, т.е в тех слоях почвенного профиля, в которых масса корней отлична от нуля, и равно нулю там, где $R_{biom}(i)=0$.

Баланс минерального азота. Баланс содержания азота в каждом слое почвы равен алгебраической сумме его притоков и оттоков. Поэтому для первого слоя можно записать

$$N_{\min}(1, j+1) = N_{\min}(1, j) + DN_{\min}(1, j) - ND_{flow}(1, j) - NC_{flow}(1, j) - N_{upt}(1, j). \quad (75)$$

Для всех последующих слоев, т.е для $i=2,3,\dots,10$, уравнение баланса выглядит следующим образом:

$$N_{\min}(i, j+1) = N_{\min}(i, j) + DN_{\min}(i, j) + ND_{flow}(i-1, j) - ND_{flow}(i, j) + NC_{flow}(i-1, j) - NC_{flow}(i, j) - N_{upt}(i, j). \quad (76)$$

При этом конвективный поток из слоя с номером 10 означает вынос азота за пределы расчетного (метрового) слоя почвы, который ассоциируется с его потерями за счет инфильтрации. При внесении основных азотных удобрений или подкормок соответствующее количество азота должно быть добавлено к его содержанию в первом слое почвы.

11. Неконтролируемые входные переменные (погода)

В качестве неконтролируемых (погодных) условий в модели используется шесть ежесуточных метеопараметров:

- минимальная температура воздуха, $T_{\min} \text{ } ^\circ\text{C}$;
- максимальная температура воздуха, $T_{\max} \text{ } ^\circ\text{C}$;
- минимальная относительная влажность воздуха, $Q_{\min} \text{ } \%$;
- суточная сумма осадков, Pr , мм;
- продолжительность солнечного сияния, n , час;
- среднесуточная скорость ветра, U , м/с.

В блоке погоды осуществляется расчет всех связанных с погодными данными величин, непосредственно используемых в модели. В частности, среднесуточная температура воздуха определяется как:

$$T_{av} = 0.5(T_{\min} + T_{\max}) \quad (77)$$

Для расчета удельной насыщающей влажности при минимальной температуре воздуха используется формула Магнуса:

$$q_{sat}(T_{\max}) = 0.00379 \cdot \exp\left(\frac{17.1T_{\max}}{235 + T_{\max}}\right). \quad (78)$$

Фактическое значение удельной влажности находится как

$$q_a = q_{sat}(T_{\max}) \cdot Q_{\min} / 100. \quad (79)$$

Предполагается, что эта величина не изменяется в течение суток. Поэтому можно определить максимальную относительную насыщающую влажность как:

$$Q_{\max} = q_a / q_{\text{sat}}(T_{\min}) \cdot 100, \quad (80)$$

где

$$q_{\text{sat}}(T_{\min}) = 0.00379 \cdot \exp\left(\frac{171T_{\min}}{235 + T_{\min}}\right).$$

Если оказывается, что $Q_{\max} > 100$, тогда этой величине присваивается значение 100, а значение средней удельной влажности на данные сутки корректируется и вычисляется как:

$$q_{\text{av}} = 0.5(q_a + q_{\text{sat}}(T_{\min})). \quad (81)$$

Остальные метеорологические параметры используются в модели непосредственно.

12. Прогнозирование темпов развития растений и величины урожая

По формулам (24)-(28) производится расчет сроков наступления фенофаз. Для этого необходимо знать входящие в них величины - температуру воздуха T_{av} и потенциал почвенной влаги ψ_s для каждого дня вегетации, начиная с сева (посадки). Первая из этих величин входит в перечень обязательных измерений на всех метеорологических станциях Госкомгидромета. Наиболее точно метеослужбой фиксируются минимальная и максимальная температуры воздуха, а среднесуточная величина может быть рассчитана как полусумма этих значений. Что же касается потенциала почвенной влаги, то эта величина может быть получена только расчетным путем. Для этого используется настоящая модель. Поэтому сама процедура расчета сроков наступления фенофаз не может использоваться автономно, а должна входить в качестве блока в общую динамическую модель. Так это обычно и делается. Конкретно, в нашей модели используется следующая ежесуточная метеорологическая информация: минимальная и максимальная температуры воздуха, минимальная относительная влажность воздуха, суточная сумма осадков, средняя скорость ветра и длительность солнечного сияния.

В модели реализован метод оперативного прогнозирования по ходу вегетации. Это означает, что при работе модели на ее вход подаются фактические погодные данные до того момента, с которого начинается прогнозирование. Эти данные, разумеется, должны быть известны. По ходу расчета появляется информация о датах всех наступивших до данного момента фенофаз. Начиная с этого момента, который называется “датой прогноза”, включается процедура, в результате которой рассчитывается возможный интервал по срокам наступления очередной фенофазы. Как показал опыт работы, заблаговременность (период упреждения) прогноза может варьировать от нескольких дней до 2,5-3-х месяцев (для озимых культур).

Очевидно, что прогноз темпов развития растений должен быть так или иначе связан с прогнозом ожидаемых в ближайшем будущем метеорологических условий. В то же время известно, что точных методов оперативного прогнозирования погоды на сколько-нибудь длительный период не существует. Поэтому при разработке метода прогнозирования скорости развития растений были использованы следующие соображения. Во-первых, сезонный ход некоторых метеорологических параметров имеет явно выраженный периодический характер, близкий к климатической норме. Это как раз касается температуры воздуха, являющейся главной величиной, управляющей темпом развития. Во-вторых, в данном случае важен не сам прогноз погоды, а будущий ход метеоусловий, являющихся входом динамической модели. При этом модель (как и сам природный объект - растение) обладает инерционными свойствами, т.е. она реагирует лишь на некоторые усредненные значения метеоданных и сглаживает их высокочастотные случайные колебания. Поэтому речь идет не о прогнозе погоды в общепринятом значении этого слова, а о выработке некоторого правдоподобного сценария погоды на прогнозный период. Наконец, при разработке этого сценария мы можем поставить задачу расчета только диапазона сроков наступления очередной фазы. Из предшествующего изложения следует, что, например в период от всходов до цветения самая поздняя дата очередной фазы наступит, если условия влагообеспеченности на период прогноза будут близки к оптимальным, а самая ранняя дата наступит в условиях наиболее быстрого иссушения почвы.

Из соотношений (24)-(28) ясно, что главной величиной, управляющей темпом развития, является температура воздуха. Поэтому, первоначально надо решить задачу прогнозирования этой величины. И хотя температура воздуха имеет явно выраженный годичный ход, изменения температурного режима по годам существенно флуктуируют. Именно с изменчивостью температурных условий (и, разумеется, всех остальных параметров погоды) и связана межсезонная изменчивость темпов развития растений. Прогнозирование осуществляется следующим образом. Первоначально для места произрастания культуры (метеостанции) для каждых суток определяются среднемноголетние значения минимальной и максимальной температуры воздуха. Это осреднение производится отдельно для дней с осадками и без осадков. Таким образом, мы получаем четыре набора чисел:

$$T_{\min}^{dry}(k), T_{\max}^{dry}(k), T_{\min}^{wet}(k), T_{\max}^{wet}(k), \quad k=1,2,\dots,365$$

Эти числа могут рассматриваться как климатический ход соответствующих величин. Они аппроксимируются подходящей периодической функцией, например косинусоидой:

$$T_{\min}^{dry}(k) = A_{\min}^{dry} + B_{\min}^{dry} \cdot \cos[2\pi/365(k - 201)], \quad (82)$$

и аналогичными соотношениями для трех остальных величин. На дату 20 июля (номер суток 201) приходится как раз климатически максимальное значение температуры воздуха. Для всех остальных метеопараметров, не имеющих явно выраженного сезонного хода, можно ограничиться среднемесячными значениями.

Идея построения сценария погоды заключается в следующем. Первоначально в качестве опорных величин выбираются осредненные по многолетним данным значения соответствующих величин (раздельно для дней с осадками и без осадков), а именно:

- 1) периодический ход минимальной и максимальной температур воздуха по соотношениям типа (52);
- 2) среднемесячное количество осадков;
- 3) среднемесячные значения остальных метеопараметров - относительной влажности воздуха, скорости ветра и т.н. коэффициента ослабления солнечной радиации, определяемого по длительности солнечного сияния.

В процессе моделирования, т.е. “прогона” модели до даты прогноза, одновременно с работой собственно модели, фиксируются отклонения фактической температуры воздуха от рассчитанных по формулам (82) климатических величин, $\Delta T_{real}(k)$. Эти отклонения сглаживаются с помощью динамического звена первого порядка, отфильтровывающего флуктуации температуры:

$$\Delta T_{prog}(k+1) = Q \cdot \Delta T_{prog}(k) + (1-Q) \cdot \Delta T_{real}(k), \quad (83)$$

где показатель сглаживания Q изменяется в пределах

$$0 < Q < 1.$$

Полученная в результате этого сглаженная поправка добавляется к климатической кривой, которая распространяется далее на весь период прогноза. Тем самым осуществляется “адаптация” среднеклиматического сценария к конкретным погодным условиям текущего года. Предложенный алгоритм составления температурного сценария иллюстрируется кривыми на рис. 7, где в качестве примера выбран ход температуры для 1972 года, наиболее отличающегося от климатического. Сам прогноз, как уже указывалось, рассчитывается для двух крайних случаев - для случая оптимального увлажнения в будущем (при отключении водного стресса) и возможного дефицита почвенной влаги (при отсутствии осадков).

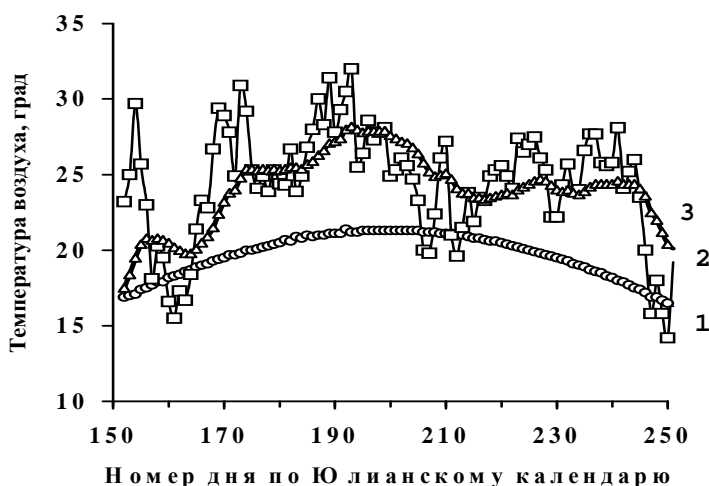


Рис. 7. Сценарий погоды. 1 – климатический ход температуры; 2 – значения реальной температуры; 3– сглаженные значения температуры.

Опишем реализованный в модели способ прогнозирования величины урожая. Решение этой задачи в оперативном режиме, естественно, требует знания о состоянии посева на некоторый момент времени. Ясно, что в момент сева или всходов сказать что-либо о судьбе урожая невозможно. Требуется, чтобы прошла определенная часть вегетационного периода, сформировались основные вегетативные органы и накопились метаболиты, которые будут использованы для формирования генеративных или запасных органов. В качестве этого момента, который и должен быть принят в качестве даты начала прогностического периода, естественно принять дату цветения для зерновых культур и дату начала формирования клубней для картофеля (или любой последующий момент после цветения).

В основу метода прогнозирования величины урожая положена процедура расчета прогноза дат наступления фенофаз, описанная выше. Как указано выше, при работе модели в этом режиме на ее вход подаются фактические погодные данные до того момента, с которого начинается решение задачи прогнозирования. До этого шага модели рассчитываются все составляющие продукционного процесса – листовой индекс, биомасса органов растения и др. Именно они и могут быть использованы в качестве предикторов функции прогноза урожая. Ясно, что соответствующие расчеты должны быть выполнены для ряда сезонов вегетации, отличающихся ходом погодных условий и величиной урожая. Как показал корреляционный анализ результатов данных многолетних

расчетов, в качестве таких предикторов целесообразно выбрать следующие показатели внешних воздействий и параметры растений:

- Отношение суммы осадков к сумме транспирации посева SS (см. выражение (2.15), б/р ;
- Суммарную вегетативную биомассу посева, $SumBiom$, ц/га;
- Биомассу колоса, $Ebiom$, ц/га.

Эти показатели запоминаются, после чего осуществляется прогон модели до полного созревания и фиксируется расчетная величина урожая.

Для нахождения вида функции прогнозирования был организован следующий компьютерный эксперимент. В качестве исходных данных были использованы результаты многолетнего полевого опыта на Меньковской опытной станции АФИ (МОС). Для культуры ярового ячменя доступны были результаты полевого опыта для следующих лет вегетации: для озимой ржи для сезонов 1982/83, 1983/84, 1984/85, 1985/86, 1986/87, 1987/88, 1988/89, 2000/2001, 2004/2005, для картофеля – с --- по --- и ---. Поскольку полевой опыт проводился для трех уровней минерального питания, то в статистическую обработку были включены данные всех этих опытов.

В результате статистической обработки было получено следующее регрессионное уравнение:

$$Y = k_0 + k_1 * SS + k_2 * SumBiom + k_3 * Ebiom \quad (84)$$

где Y – прогнозируемая величина урожая, а k_i – коэффициенты линейной регрессии. Ясно, что значения коэффициентов регрессии должны зависеть от стадии развития растений – они будут принимать одни значения, если прогнозирование осуществляется с фазы цветения, и другие, если, в качестве начала прогностического периода выбрана, например дата достижения молочной спелости. К счастью, в модели имеется универсальный показатель развития – т.н. "физиологическое время". Как указано выше, физиологическое время, $Phys_Time$, равно нулю в момент всходов, достигает единицы в момент цветения и становится равным двум при достижении полной спелости. Поэтому сформулированная выше задача должна была решаться при различных значениях величины $Phys_Time$ из диапазона

$$1 \leq Phys_Time \leq 2,$$

в частности, например при $Phys_Time = 1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 1.8$. Таким образом были получены значения коэффициентов регрессии как функции физиологического времени. К ним были добавлены очевидные равенства:

$$k_0 = k_1 = k_2 = 0, \quad k_3 = 1 \text{ при } Phys_Time = 2.$$

После этого полученные наборы из шести значений коэффициентов при разных значениях физиологического времени могут быть аппроксимированы подходящей зависимостью, например полиномом третьей степени. Это и было сделано, в результате чего были получены следующие соотношения:

$$kI = aI0 + aI1 * Phys_Time + aI2 * Phys_Time^2 + aI3 * Phys_Time^3, \quad I=0,1,2,3.$$

Численные значения этих последних коэффициентов и должны быть использованы в задаче прогнозирования величины урожая. В качестве примера в Таблице приведены значения aIJ для культуры озимой ржи.

Таблица. Значения коэффициентов прогнозной зависимости для урожая озимой ржи

I \ J	0	1	2	3
0	226.2	-411.1	233.4	-42.157
1	-3.942	8.819	-5.333	0.952
2	10.417	-17.398	8.792	-1.345
3	4.757	-8.49	4.257	-0.4715

Окончательный прогноз выдается в виде двух границ – минимум и максимум:

$$Y_{\min} = \left(1 - \frac{0.5\Delta}{100}\right) * Y \quad Y_{\max} = \left(1 + \frac{0.5\Delta}{100}\right) * Y,$$

где Δ – заданная погрешность прогноза.

Для проверки точности прогнозирования величины урожая были выполнены расчеты как с использованием архивных данных, так в реальном времени. Приведем некоторые результаты. В качестве иллюстраций будут выступать расчеты, выполненные для ряда сезонов: 1982/83, 1983/84, 1984/85, 1985/86, 1986/87, 1987/88, 1988/89, 2000/2001 и 2004/2005 по прогнозированию величины урожая на дату цветения на фоне варьируемых 0, 45 и 90 кг/га азотных подкормок рис 4.6-4.7.

Литература

1. *Полуэктв Р.А.* Динамические модели агроэкосистемы. - Л.: Гидрометеиздат, 1991. - 312 с.
2. *Полуэктв Р.А., Смоляр Э.И., Терлеев В.В., Топаж А.Г.* Модели продукционного процесса сельскохозяйственных культур. – СПб.: Изд-во С.-Петербургского универ., 2006. - 392 с.

3. *Poluektov R.A., Vasilenko G.V.* The universal water stress index in cultivation of agricultural crops // *Int. Agro physics*, 1993. - 7. - pp. 15-20.
4. *Полуэктов Р.А., Кумаков В.А., Василенко Г.В.* Моделирование транспирации посевов сельскохозяйственных растений // *Физиология растений*. - 1997. - № 1-2. - С. 68-72.
5. *Полуэктов Р.А., Тонаж А.Г.* Расчет отношения root/shoot в моделях органогенеза высших растений // *Физиология растений*. - 2005. - Т. 52, № 5. -С. 769-775.
6. *Полуэктов Р.А., Опарина И.В., Терлеев В.В.* Три способа расчета динамики почвенной влаги // *Метеорология и гидрология*.– 2003.– № 11. – С. 90 – 98.
7. *Poluektov R.A., Mirschel W. et al.* Adaptation of Agroecosystem Models AGROSIM, AGROTOOL and CERES to Central and Eastern European Locations using German and Russian data-sets // In: *Perspectives of modern information and communication systems in agriculture, food and environment control (volume B)*, 2-nd EFITA Conference, September 27-30, 1999, Bonn, Germany, pp.775-779
8. *Poluektov, R.A., , E.T.Zakharova.* Two approaches to the description of distribution keys in crop simulation models// *Int. Agrophysics* (in print)
9. *Кумаков В.А., Березин Б.В., Евдокимова О.А.* и др. Продукционный процесс в посевах пшеницы. Саратов: НПО “Элита Поволжья”, 1994. 203 с.
10. *Hanks, J., J.T. Ritchie.* Modelling plant and soil Systems. Agronomy (A Series of Monographs). - Madison, Wisconsin USA: SSSAI Publishers 1991, 544 pp.
11. *Diepen, C.A. van, C. Rappold, J, Wolf & H. van Keulen.* Crop growth simulation model WOFOST. Documentation version 4.1. - Wageningen, The Netherlands: Centre for World Food Studies, 1988, 299 pp.
12. *Richards L.A.* Capillary conduction of liquids through porous media // *Physics*.1. 1931. P. 95–112.